FAKÜLTE / YÜKSEKOKUL:	İKTİSAT FAKÜLTESİ

BÖLÜM:	• EKONOMETRİ • MALİYE

DÖNEM (GÜZ / BAHAR):	BAHAR

DERSİN ADI:	KANTİTATİF İKTİSAT II

DERS NOTU YAZARININ ADI ve SOYADI:	PROF. DR. FERDA YERDELEN TATOĞLU

CANLI DERS ÖĞRETİM GÖREVLİSİNİN / ÜYESİNİN ADI ve SOYADI:	PROF. DR. FERDA YERDELEN TATOĞLU

FAKÜLTE / YÜKSEKOKUL:	İKTİSAT FAKÜLTESİ

BÖLÜM:	• EKONOMETRİ • MALİYE

DÖNEM (GÜZ / BAHAR):	BAHAR

DERSİN ADI:	KANTİTATİF İKTİSAT II

DERS NOTU YAZARININ ADI ve SOYADI:	PROF. DR. FERDA YERDELEN TATOĞLU

CANLI DERS ÖĞRETİM GÖREVLİSİNİN / ÜYESİNİN ADI ve SOYADI:	PROF. DR. FERDA YERDELEN TATOĞLU

Yazar Notu

Elinizdeki bu eser, İstanbul Üniversitesi Açık ve Uzaktan Eğitim Fakültesi’nde okutulmak için hazırlanmış **bir ders notu niteliğindedir**.

1. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste kantitatif iktisatta temel kavramlar (değişkenler, parametreler vs.) ve kantitatif araştırmanın aşamaları incelenmektedir. İktisat teorisinin sözel ifadesinin matematiksel hale ve daha sonra ekonometrik model halkine getirilmesinden sonra, değişkenlere ait veriler toplanıp uygun ekonometrik yöntemlerle parametre tahminleri ve hipotez testleri yapılır. Model uyumlu ise, gelecek tahmininde kullanılabilir.

1. KANTİTATİF ARAŞTIRMA

İktisat alanında ölçülebilen değerler arasındaki bağlantıların rakamlarla ifade edilen değerlerinin bulunması için yapılan araştırmalara "kantitatif araştırma" denilmektedir.

İktisat teorisi, iktisadi olayları izaha çalışan model ve kalıplardan oluşmaktadır. Teori, birbirini etkileyen ekonomik büyüklükler ve bunlar arasındaki bağlantılardan meydana gelmektedir. Teori, ekonomik değişkenleri tanımlar, tarif eder ve özelliklerini belirler. Daha sonra, bunlar arasındaki bağlantıların niteliğini ele alır, etkileme ve etkilenmenin yönleri hakkında yaklaşık bilgi verir ve bütünü ile sistemin işleyişini göstermeye çalışır.

Diğer yandan ekonomik değişkenlerin gerçek nitelikleri ile "kantitatif" olarak değerlendirilmesi işlemi iktisat teorisinin değil, "kantitatif iktisat"ın alanına giren bir konudur.

Değişkenlerin ölçülmesi, model içinde en uygun rakamlarla ifade edilmesi ekonometri ve dolayısıyla istatistik disiplinlerinin yardımıyla başarılabilecek işlemlerdir. İyi teori, ekonomik sistemin işleyişini izah yoluyla bütün değişkenleri kavrayan, onları daha iyi tanımlayan ve aralarındaki bütün bağlantıları yönleri ile görebilen teoridir.

Bütün değişkenleri ve bütün bağlantıları içine alan teorinin yapılması güç, bunun matematiksel olarak ifade edilmesi ise daha da zordur. Bir başka ifade ile, iyi bir teori bile ekonomik sistemin işleyişinde rol alan bütün değişkenleri tam olarak görememekte ve bağlantının niteliklerini gerçeğe en yakın biçimde tayin edememektedir. Bunun sebeplerini dört gurupta toplamak mümkündür:

1. *Teorinin Yetersizliği:* Teoriler ekonomik sistemi meydana getiren değişkenleri ve bunlar arasındaki bağlantıları açıklık, doğruluk, yeterlilik ve tutarlılıkla görememektedir. Bu sebeple, değişkenlerin sayısı gerçekte olduğundan farklı, bağlantılar yetersiz ve yanlış olabilmektedir. Bundan başka, bütün değişkenleri bütün bağlantıları ile dinamik bir şema içerisinde gerçekçilikle ele almak çok güç olmaktadır. Böylece kantitatif çalışmalar, ana temel teşkil eden iktisat teorisinin yetersizliği yüzünden gerçeği yansıtamamaktadır.
2. *Matematiğin Yetersizliği:* Teorik, matematik ve özellikle uygulamalı matematik çok karmaşık nitelik taşıyan ekonomik ilişkilerin matematiksel modeller haline getirilip çözülmesine elverişli değildir. Uzunca bir zaman serisini kavrayan büyük dinamik

modellerin kurulup çözülmesi ise oldukça zordur. Uygulamalı matematik alanında ve çözüm tekniklerinde büyük gelişmeler kaydedilmiş bulunmakla beraber, iktisat teorisinin bir bütün olarak matematiksel model haline getirilip çözülebilecek bir seviyeye ulaşılamamıştır.

3. *İstatistiğin Yetersizliği:* İstatistiğin ekonometrik modeller içinde önemli bir parça olarak yer alması onun hızla ilerlemesinde büyük rol oynamıştır. Buna rağmen istatistik metodların, gerek değişkenlerin değerlerinin ölçülmesinde gerek parametrelerin tayininde tam doğru sonuçlar verecek bir seviyeye ulaştığı söylenemez. Bu da araştırmaların büyüklüğünü ve varılan sonuçların doğruluğunu etkileyen önemli sebepler arasında yer almaktadır.
4. *Çözüm Teknikleri:* Matematiksel metodların ve tekniklerin gelişmesi ile çok yakından ilgili olan bir husus çözüm tekniğidir. Çözüm, sınırlayıcı bir faktör olarak ortaya çıkmaktadır.

1.1. Kantitatif Araştırmada Başlıca Aşamalar

1.1.1. İktisat Teorisinin ya da Hipotezin Belirlenmesi

Kantitatif araştırmaya başlamak için ilk aşama bir teoriye sahip olmaktır. Örneğin, araştırmacı fiyat artışlarının sebepleri ve bunların etki derecelerini belirlemek için bir çalışma yapmayı düşünmektedir. Bunun için bir enflasyon teorisi ileri sürmek, ileri sürülmüş teorilerden birisini kabul etmek ya da ileri sürülmüş teorilerin bir karışımını kullanmak zorundadır.

Aşağıda basit birkaç teori ele alınmıştır:

- "İnsanların gelirleri arttıkça tüketimleri de artar"
- "Gelir tüketime bağlıdır, tüketimin bir fonksiyonudur"
- "Bir mala olan talep, o malın fiyatı tarafından belirlenir"

Bu aşamada;

- Açıklayıcı değişkenlerin tespiti
- Açıklayıcı değişkenlerin açıklanan değişken üzerindeki etkisinin yönü ve mahiyeti (elastikiyet hakkında ön bilgi; örneğin, $0<MCM<1$; su talebi için $e<1$) belirlenir.

Açıklayıcı değişken: Bir iktisadi olayın meydana gelmesini sağlayan, bağımlı değişkeni etkileyen ve değeri model dışında tayin edilmiş olan değişkendir. Bağımsız, etkileyen, kestiren, eksojen ya da içsel değişken de denir.

Açıklanan değişken: değeri model içinde belirlenen, bağımsız değişkene bağlı olarak ortaya çıkan değişkendir. Bağımlı, etkilenen, kestirilen, endojen ya da dışsal değişken de denir.

Sabit parametre: Bağımsız değişken 0 değerini aldığında bağımlı değişkenin aldığı değeri verir. Doğrunun Y eksenini kestiği noktadır. Otonom parametre de denir.

Eğim parametresi: Bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkisini gösterir. Modeldeki bağımsız değişkenin 1 br. değişmesi karşısında, bağımlı değişkenin ortalama olarak ne kadar değiştiğini gösterir. Bu parametrenin sayısal değeri, değişkenler arasındaki ilişkinin şiddetini; önündeki işaret ise, değişkenler arasındaki ilişkinin yönünü gösterir.

1.1.2. Teorinin ya da Hipotezin Matematiksel Bir Kalıba Oturtulması

Stokastik olan iktisat, matematikselleştirilerek deterministik hale getirilir. Keynes'in tüketim fonksiyonu: $C=f(Y)$; $C=\beta_0+\beta_1 Y$ ($0<\beta_1<1$; β_1, marjinal tüketim meyili (MCM);

C: tüketim harcamaları (bağımlı değişken), Y: gelir (bağımsız değişken); β_0 ve β_1: modelin katsayılarıdır, sırasıyla sabit ve eğim katsayıları olarak adlandırılırlar.

$D=f(P)$; $D=\alpha-\beta P$

D: talep (bağımlı değişken), P: fiyat (bağımsız değişken); α ve β: modelin katsayılarıdır, sırasıyla sabit ve eğim katsayıları olarak adlandırılırlar.

Model, yukarıdaki örneklerdeki gibi doğrusal olabildiği gibi eğrisel de olabilir. Araştırmacının teorik bilgisi ve tecrübesi hangi modelin uygun olduğunu tayin etme hususunda yardımcı olmaktadır. Birden fazla açıklayıcı değişken olabilir (tek bağımsız değişken varsa; basit ya da iki değişkenli model).

1.1.3. Matematiksel Modelin Ekonometrik Model Haline Getirilmesi

Yukarıda kurulan matematiksel model, tüketim ile gelir arasında kesin (deterministik) bir ilişki olduğunu varsayar. İktisadi değişkenler arasında deterministik ilişki olamaz, iktisat stokastik bir bilim dalıdır. Dolayısıyla doğrudan sapmalar olur. Ekonometride de ilişkiler kesin yani deterministik değildir, stokastiktir (rastlantısaldır, tesadüfidir). Çünkü tüketimi bir tek gelir etkilemez, başka değişkenler de etkiler ve hata payı modele dahil olur. İlişki Y=f(X) yerine Y=f(X,u) ya da C=f(Y) yerine C=f(Y,u) olur. Talep-fiyat için deterministik-stokastik ilişkiler; $D=\alpha-\beta P$ ve $D=\alpha-\beta P+u$

Tüketim harcamalarının sadece gelire bağlı olduğunu söyleyen ekonometrik model; $C=\beta_0+\beta_1 Y+u$ şeklinde tanımlanır. u: hata terimidir; bağımlı değişkeni yani tüketimi etkileyen fakat modelde dikkate alınmayan bütün değişkenlerin etkisini temsil eder.

1.1.4. Verilerin Toplanması

Ekonometrik modeli çözebilmek için β_0 ve β_1'in sayısal değerlerini bulmamız yani parametrelerini tahmin etmemiz gerekir, bunun için de veriye ihtiyaç duyarız.

Veri türleri:

- *Kesit veri:* kişiler, aileler, firmalar gibi birimlere ait belli bir zaman noktasındaki gözlemler kapsar. 25 OECD ülkesinin 2004 yılındaki işsizlik oranı verisi,

	Avusturya	**Belçika**	**İngiltere**	**İspanya**	**…………….**	**Türkiye**
(Yıl 2004)	4.94	8.43	4.63	10.97	… …………	10.28

- Zaman serisi verisi: değişkenlere ait zaman içindeki gözlemleri kapsar. GSMH, İMKB indeksi verileri. Türkiye'ye ait işsizlik oranının 1990-2006 yılları arasındaki verisi,

Yıllar	**İşsizlik Oranı**
1990	7.20
1991	7.94
2004	10.28
2006	10.03

- Karma (panel) veri: veri seti hem kesit, hem de zaman serisi özelliği gösterir. 25 OECD ülkesinde 1990-2006 yılları arasındaki işsizlik verisi

	Avusturya	Belçika	İngiltere	İspanya	…………….	Türkiye
1990	3.25	6.83	6.03	16.25	…………….	7.20
1991	3.42	6.71	7.51	16.34	…………….	7.94
.	.	.	.	.	…………….	.
2004	4.94	8.43	4.63	10.97	… …………	10.28
.	.	.	.	.	…………….	.
2006	5.27	8.39	4.47	10.07	… …………	10.03

Uluslar arası veri kaynakları: OECD, IMF, Dünya Bankası, Eurostat (Avrupa Birliği İstatistik Birimi) gibi.

Ulusal veri kaynakları: TÜİK (Türkiye İstatistik Kurumu), DPT (Devlet Planlama Teşkilatı), Hazine (Başbakanlık Hazine Müsteşarlığı), Başbakanlık Dış Ticaret Müsteşarlığı, Merkez Bankası, ITO (İstanbul Ticaret Odası), IMKB (İstanbul Menkul Kıymetler Borsası) vs. gibidir.

1.1.5. Ekonometrik Teknikler Kullanılarak Ekonometrik Modelin Parametre Tahminlerinin Elde Edilmesi

Veriler elde edildikten sonra parametreler tahmin edilebilir. Ekonometrik yöntemlerle (regresyon çözümlemesi ile) parametreler tahmin edilir. Bilgisayar paket programlarından yararlanılır. Örneğin;

$$\hat{C} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 Y \qquad \hat{C} = 232 + 0.72Y$$

0.72 eğim katsayısıdır, burada marjinal tüketim meyilidir. Anlamı: incelenen dönemde gelirde 1 YTL artış olduğunda, tüketim ortalama olarak (neden ortalama: gelir tüketim ilişkisinin tam kesin olmaması) 72 yeni kuruş artacaktır. Gelir 0 dahi olsa, 232 YTL tüketim harcaması vardır.

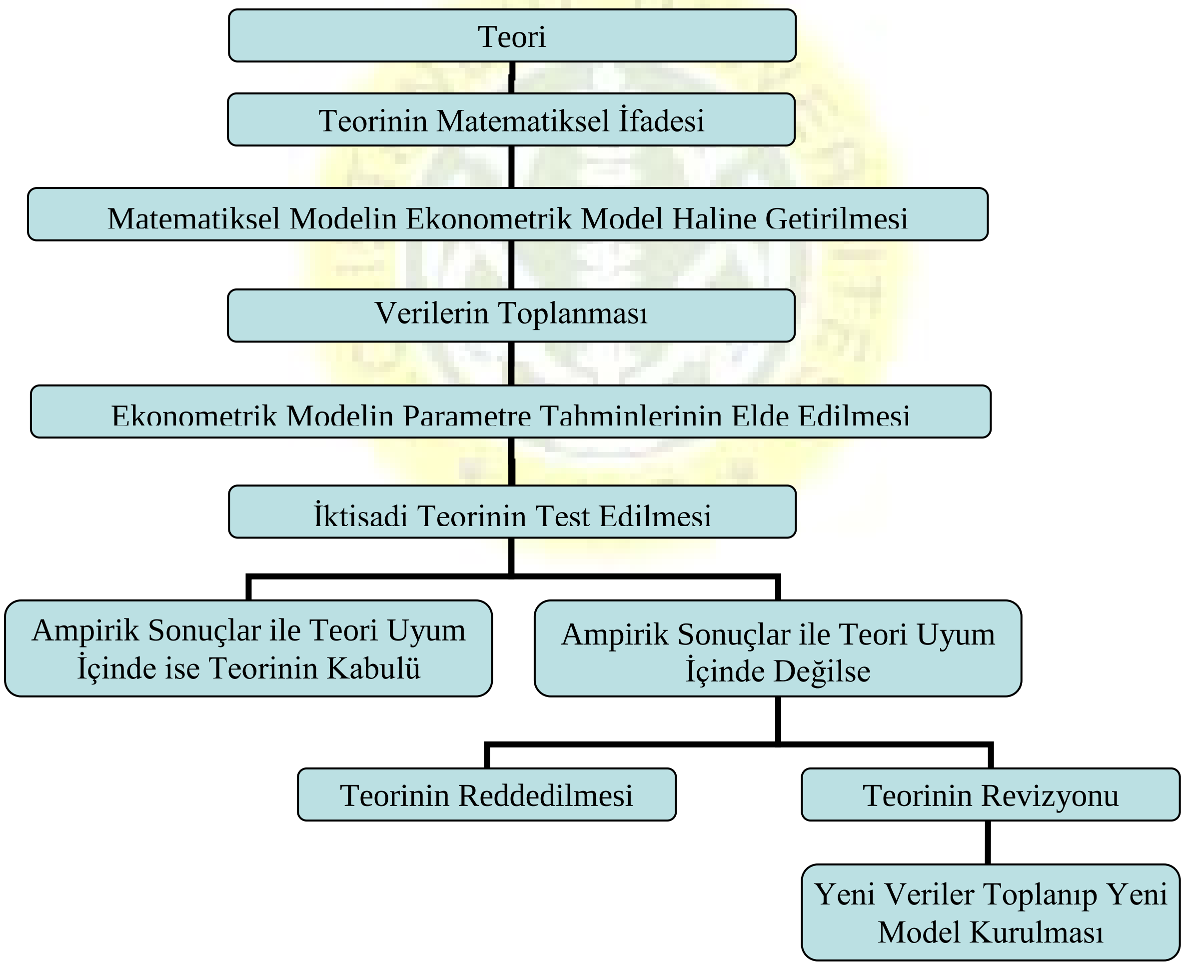
1.1.6. Katsayıların (Parametrelerin) Tahmin Değerleri Yardımıyla İktisadi Teorinin Test Edilmesi (Hipotez Testleri)

Varılan sonuçların anlamlılığı, tutarlılığı ve öneminin kıyaslanması.

Ayrıca yapılan ekonometrik hipotez testleri, elde edilen tahminlerin güvenilirliğinin incelenmesini sağlar. Marjinal tüketim meyli teoride 0 ile 1 arasında olmalı idi, öyle çıktı (0.72). Bu sonucun tesadüfen olup olmadığı sınanmalıdır.

1.1.7. Yapılacak Diğer İşler

Bu aşamada, kantitatif sonuçların anlamlılığı, tutarlılığı, iktisadi mantığı ve teori ile bağdaşıp bağdaşmadığı araştırılır. Modelin gerçerlilik derecesi, gerçekleri yansıtma yolunda başarısı ve politika analizlerinde yararlanıp yararlanılamayacağına karar verilir.



1.1.8. Sonuçların Kullanılma Yerleri

1. Gelecek tahmini: hipotez testleri sonucunda seçilen modelin kuramı ya da önsavı doğruladığına karar verilirse, bağımsız değişkenin (Y) bilinen ya da beklenen değerinden hareketle, bağımlı değişkenin gelecekteki değeri kestirilebilir.
2. Yapısal analizler
3. İktisat politikası kararlarının alınması
4. Planlama aracı olarak kullanılması

Hükümet uygun para ve maliye politikaları ile, bağımsız (alet) değişken aracılığı ile, (bağımlı) hedef değişkenin istenilen düzeyini tutturabilir.

1.2. Modelin Spesifikasyonu

Modelin biçimi, şekli, değişken sayısı, denklemlerin durumu ve sayısı gibi unsurlar modelin spesifikasyonunu oluşturulur. Şayet model spesifikasyonu doğru olarak saptanmaz ise, spesifikasyon hatası ortaya çıkar. Bu durumda;

- Ekonomik realite yanlış bir kalıba sokulur.
- Parametreler yanlış tahmin edilir, gerçeği yansıtmaz.

Spesifikasyon hatası ile model, parametreleri, değişkenleri ve matematiksel özellikleri ile yanlış biçimlendirilmiş olur. Modelin yanlış spesifikasyonu şu özelliklerle karşımıza çıkar (spesifikasyon hatasının kaynakları):

- Modelin büyüklüğü yanlış tespit edilmiştir.
    1. Modelde yer almaması gereken değişken/ler var.
    2. Modelde yer alması gereken değişken/ler model dışında kalmıştır.

- Modelin yapısı ve matematiksel biçimi yanlıştır. Doğrusal model, doğrusal olmayan biçimde ya da tam tersi kurulmuş olabilir. Ya da eşanlı yani çok denklemli olması gereken model, tek denklemle ifade edilmiş olabilir.

KAYNAKÇA

- Prof. Dr. Ahmet Gökçen, basılmamış ders notları
- Gujarati Damador (Çevirenler: Ümit Şenesen, Gülay Günlük Şenesen), Temel Ekonometri, Literatür Yayıncılık, İstanbul, 1999.
- Güriş Selahattin & Çağlayan Ebru, Ekonometri Temel Kavramlar, Der Yayınları, İstanbul, 2010.

2. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste model yapım aşamaları üzerinde durulmuştur. Bunlar, açıklanması gereken iktisadi olay, bağımlı değişkenin belirlenmesi, mevcut bilgilerden ve sezgilerden yararlanarak bağımsız değişkenlerin belirlenmesi, bağımlı bağımsız değişkenler arasındaki ilişkilerin belirlenmesi, modelin büyüklüğü, denklem sayısı belirlenmesi, modelin matematiksel kalıbı belirlenmesi ve odelin dinamik mi statik mi olacağı belirlenmesidir.

1. MODEL YAPIMI

İlk önce araştırılacak olan konu model haline getirilmelidir. Geniş anlamda her teori bir modeldir. Herhangi bir iktisat teorisi model olarak algılanmalıdır. İktisat teorisi sözlü olarak ifade edilen iktisadi olayları araştırır. Model haline getirilmesi ise, teorinin kantitatif bir kalıba sokulmasıdır, ancak bu şekilde çözüm yapılabilir.

1.1. Model Yapım Aşamaları

1.1.1. Değişkenlerin Belirlenmesi

İktisat teorisinin kantitatif bir kalıba sokulması gerektiğinde öncelikle değişkenleri belirlemeliyiz. Teori belirlenince otomatik olarak bağımlı değişken belirlenmiş olur, ilgilenilen konu, sorun bağımlı değişkendir. Sonra bağımsız değişkenler belirlenir.

Fakat teoriyi bütün ayrıntıları ile bir kalıp içerisine sokmak imkansızdır, yani bağımsız değişkenlerin hepsini ele almak imkansızdır.

Mesela faiz teorisini ele alalım, iktisatta çok çeşitli faiz teorileri vardır: klasiklerin, Keynes'in faiz modelleri birbirinden farklı olduğu gibi bunlar dışında kurulan faiz modelleri de vardır. Faiz modelleri:

1. i=f(S,I) S: tasarruf, I: yatırım (klasik faiz modeli): klasik iktisatta faiz yatırım ve tasarrufa bağlıdır.

2. i=f(M,L) M: para arzı, L: para talebi (Keynesyen model): Keynes'de faizi belirleyen para talebi ve arzıdır.

3. i=f(S,I,M,L)

4. i=f(S,I,M,L,g,k) g:faiz gelirine verilen önem, k: spekülatif gelire verilen önem.

Görüldüğü gibi her teoriye göre kurulan modellerde bağımsız değişkenler farklıdır. Onun için model kurulurken dayandırılacak teoriye göre bağımsız değişkenler tayin edilmelidir. Araştırıcı bir kısım bağımsız değişkenleri model dışında tutabilir. Öncelikle, araştırma konusunu bir teoriye dayandırmalıyız.

Örneğin,

$i=a+\alpha S+\beta I$

modelinde sabit parametre: model dışında tutulmuş değişkenlerin etkilerini gösterir. Bazı değişkenler iktisat teorisi sınırlanrılarak, istenerek ya da istenmeyerek model dışında bırakılır. İktisat teorisinde olduğu gibi değişkenlerin tümünü ilave etmek her zaman mümkün olmayabilir. Modelin kuruluş amacına göre değişkenlerin seçimi yapılır, aksi takdirde modelin çözümü zorlaşır ve model sadelikten uzaklaşır. Bunun için kantitatif nitelik taşıyabilecek bir modelin yapımında gerekli ayıklama ve sadeleştirmelere başvurmak gerekir. Kantitafleştiremediğimiz unsurlar da vardır. Böylece araştırmacı değişken seçimini, iktisat teorisine, sezgilerine ve tahminlerine dayanarak yapar.

1.1.2. Değişkenler Arası İlişkilerin Belirlenmesi

1.1.2.1.Bağımsız Değişkenlerin Bağımlı Değişken Üzerindeki Etkilerinin Belirlenmesi

Örneğin aşağıdaki modelde,

$i=a+\alpha S+\beta I+\gamma M+\lambda L$

(-) (+) (-) (+)

Faiz haddi tasarruf ilişkisi negatif: tasarruflar azalırsa faiz haddi artar. Bir ekonomide ne kadar çok tasarruf varsa faiz haddi de azdır. Yatırımlar artarsa, bankalarda yatırımcının para talebi fazla olacaktır. Buna göre faiz β kadar artacaktır. Para talebinin katsayısı negatif, para arzının katsayısı pozitiftir. Bir mala olan talep artarsa fiyatı da artar buna bağlı olarak faizi de artar. Para arzı artarsa faiz düşer.

1.1.3. Modelin Büyüklüğünün Ve Denklem Sayısının Tayin Edilmesi

Model tek denklemli mi, çok denklemli mi?

<u>*Tek denklemli model:*</u>

$i=a+\alpha S+\beta I+\gamma M+\lambda L$

i bağımlı, S, I, M ve L modelin bağımsız değişkenleridir.

<u>*Çok denklemli model (eşanlı modeller):*</u>

Birden fazla denklem var, bir denklemin çözülmesi diğer denklemlerin çözülmesi bağlıdır bu nedenle eşanlı olarak çözülmelidir.

Talep modeli: $Q_D=a+bP$

Arz modeli: $Q_S=\alpha+\beta P$

Arz talep eşitliği: $Q_D=Q_S$

Çok denklemli modellerde bağımlı-bağımsız değişken ayrımı yapılmazi bunun yerine içsel-dışsal değişken ayrımı yapılmaktadır. Q ve P modelin içsel değişkenleridir.

1.1.4. Modelin Matematiksel Kalıbının Belirlenmesi

Modelin büyüklüğünü (değişken sayısını) ve denklem sayısını tayin ettikten sonraki mesele modelin matematiksel kalıbının nasıl olacağıdır. Model: doğrusal mı, doğrusal değil mi (belli dönüşümlerle doğrusallatırılabilir mi doğrusallaştırılamayan model mi?). Teoriden yararlanarak ve ekonometrik denemeler sonucu en doğru model bulunur.

Doğrusal Model:

$i=a+\alpha S+\beta I+\gamma M+\lambda L$

$$\alpha=\frac{\partial i}{\partial S} \qquad \beta=\frac{\partial i}{\partial I}$$

$$\gamma=\frac{\partial i}{\partial M} \qquad \lambda=\frac{\partial i}{\partial L}$$

Doğrusal modelin parametreleri eğimi verir. Bağımsız değişkendeki bir birim artışın bağımlı değişken üzerindeki etkisini verir. Örneğin α: tasarruflardaki 1 birimlik bir artışın faiz haddini ne kadar değiştireceğini gösterir.

Doğrusal Olmayan Model:

Doğrusal olmayan modeller doğrusallaştırılabilen ve doğrusallaştırılamayan modellerdir. Parametreler başka parametrelerle çarpım, bölüm halinde değil ya da üs olarak bulunmuyorsa belli dönüşümlerle doğrusallaştırılabilirler.

Üstel model (tam logaritmik model):

$i=aS^{\alpha}I^{\beta}M^{\gamma}L^{\lambda}$

$\log i=\log a+\alpha\log S+\beta\log I+\gamma\log M+\lambda\log L$ (doğrusallaştırılabilen model)

Parametreler bağımlı-bağımsız değişkenler arasındaki elastikiyetlerdir. Nispi artışlar söz konusudur.

$$\alpha = \frac{\partial i}{\partial S}\frac{S}{i} \qquad \beta = \frac{\partial i}{\partial I}\frac{I}{i}$$

$$\gamma = \frac{\partial i}{\partial M}\frac{M}{i} \qquad \lambda = \frac{\partial i}{\partial L}\frac{L}{i}$$

Örneğin α: tasarrufların faiz haddi üzerindeki etkenlik elastikiyeti, tasarruflar %1 artarsa faiz haddi %'de kaç artar sorusuna cevap verir.

Örneğin γ: para talebi ile faiz haddi arasındaki etkenlik elastikiyeti
a ise: faize etki eden ve modele alınmayan temel unsurlardaki (mesela kurumsal ya da davranışlarla ilgili şartların) değişimlerini ifade eder.

Denklem homojen ise, $\alpha+\beta+\gamma+\lambda$ denklemin derecesini verir.
$\alpha+\beta+\gamma+\lambda=0$ ise, bağımsız değişkenlerdeki herhangi bir değişme faiz haddini değiştirmez. Bir kısım değişkenlerdeki değişmeler faiz haddini arttırırken bir kısım değişkenlerdeki değişmeler faiz haddini azaltır, sonuçta faiz haddi değişmez.
$\alpha+\beta+\gamma+\lambda>0$ ise, faizi arttırma yolunda etki yapan faktörler, azaltıcı yönde etki yapan faktörlerden kuvvetlidirler.

Bunun dışında da modeller vardır: yarı logaritmik, ters, parabolik vs.

1.1.5. Modelin Dinamik mi Statik mi Olacağının Belirlenmesi

Değişkenlerin açıklanan değişken üzerindeki etkilerinin aynı anda mı yoksa gecikmeli mi meydana geleceği tayin edilmelidir. Yani değişkenlerin arasındaki ilişki statik mi dinamik midir? Bir zaman dilimi modele dahil edilecek midir?

Statik model:
C=a+bY (zaman yok), şöyle yazmak daha doğru: $C_t=\alpha+\beta Y_t$

Değişkenler aynı zaman diliminde yer alıyor. Bu, tüketim modeli ise ve aylık verilerden bahsediyorsak, bu ayın gelirinin bu ayın tüketimi üzerindeki etkisini gösteren bir modeldir.

Dinamik model:

$C_t=\alpha+\beta Y_{t-1}$:dağıtılmış gecikmeli model (1 gecikme): bu ayın tüketimi, geçen ayın gelirine bağlıdır.

$C_t=\beta_0+\beta_1 Y_t+\beta_2 Y_{t-1}+\beta_3 Y_{t-2}+\ldots\ldots+\beta_n Y_{t-n}$:dağıtılmış gecikmeli model (n gecikme) bu ayın tüketimi, bu ayın ve geçmiş (n) ayların gelirine bağlıdır.

$C_t=\alpha+\beta Y_t+\gamma C_{t-1}$:otoregresif model (1 gecikme): bu ayın tüketimi, bu ayın gelirine ve geçen ayın tüketimine bağlıdır.

$C_t=\alpha+\beta_1 Y_t+\gamma C_{t-1}+\beta_2 C_{t-2}+\ldots\ldots+\beta_n C_{t-n}$:otoregresif model (n gecikme) bu ayın tüketimi, bu ayın gelirine ve geçen ayların tüketimine bağlıdır.

$C_t=\alpha+\beta Y_{t-1}+\gamma C_{t-1}$: dağıtılmış gecikmeli otoregresif model (1 gecikme)

$C_t=\beta_0+\beta_1 Y_t+\beta_2 Y_{t-1}+\beta_3 Y_{t-2}+\ldots\ldots+\beta_n Y_{t-n} + \alpha_1 C_{t-1}+ \alpha_2 C_{t-2}+\ldots\ldots+ \alpha_n C_{t-n}$: dağıtılmış gecikmeli otoregresif model (n gecikme)

KAYNAKÇA

- Prof. Dr. Ahmet Gökçen, basılmamış ders notları
- Gujarati Damador (Çevirenler: Ümit Şenesen, Gülay Günlük Şenesen), Temel Ekonometri, Literatür Yayıncılık, İstanbul, 1999.
- Güriş Selahattin & Çağlayan Ebru, Ekonometri Temel Kavramlar, Der Yayınları, İstanbul, 2010.

3. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste iktisatta karşılaşılabilecek çeşitli modeller ele alınmaktadır. Değişken, parametre ayrımına dikkat edilerek ve iktisadi özellikleri de göz önünde bulundurularak önemli modeller kantitatif açıdan incelenmektedir.

1. İKTİSADİ MODELLER

İktisadi hayatın karmaşık olası sebebiyle, basitleştirici varsayımlar yaparak iktisadi teorileri modellerle ifade etmek mümkün olmaktadır. İktisadın sağladığı önbilgilerden hareketle, değişkenler arasında kurulan matematiksel ilişkiye "iktisadi model" denilmektedir. İktisadi modeller üç grup altında incelenebilir:

- Mikro ekonomik modeller
- Sektörel modeller
- Makro ekonomik modeller

1.1. Mikro Ekonomik Modeller

Mikro ekonomik modeller, işletmeler ve hanehalkları için söz konusudur. İşletmeler için üretim fonksiyonları, maliyet ve hasılat fonksiyonları gibi.

1.1.1. Üretim Fonksiyonları

Bir firmanın üretimi için faydalandığı üretim faktörleri ile ürettiği ürün miktarı arasında ilişki kuran bir fonksiyondur.

$Y = f(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n)$

Y: üretim hacmi ve X'ler üretim faktörleridir. Üretim fonksiyonu doğrusal olarak ele alınabildiği gibi eğrisel olarak da ele alınabilir.

İki üretim faktörü olan doğrusal üretim fonksiyonu: $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$

Bu fonksiyonda, β_1 X_1'deki 1 birim değişmenin Y üzerindeki etkisini; β_2 ise X_2'deki 1 birim değişmenin Y üzerindeki etkisini vermektedir. Her iki parametrenin de işaretlerinin pozitif olması, üretim faktörlerindeki artışın üretim hacmini arttırması beklenmektedir.

İki üretim faktörü olan logaritmik üretim fonksiyonu:

$Y = \alpha X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2}$

ya da $\log Y = \log\alpha + \beta_1 \log X_1 + \beta_2 \log X_2$

bu fonksiyona Cobb-Douglas üretim fonksiyonu denilmektedir. Bu fonksiyonda, β_1 X_1'deki %1'lik değişmenin Y üzerindeki etkisini; β_2 ise X_2'deki %1'lik değişmenin Y üzerindeki etkisini vermektedir.

1.1.2. Maliyet Fonksiyonları

Maliyet fonksiyonları, bir firmanın bir maldan belirli bir miktar üretebilmek için yaptığı tüm nakdi harcamalar ile üretim miktarı arasındaki iliŞkiyi göstermektedir.

Y = f(X)

Burada Y: toplam maliyetler, X: üretim miktarıdır. Bu fonksiyon toplam maliyet fonksiyonudur.

Ortalama maliyet: toplam maliyetin üretilen mal miktarına bölünmesi ile bulunmaktadır.

$$A = \frac{Y}{X} = \frac{f(X)}{X}$$

Marjinal maliyet: üretim miktarındaki bir artış sonucunda toplam maliyette meydana gelen artışın üretim miktarındaki artışa oranıdır. Marjinal maliyet fonksiyonu, toplam maliyet fonksiyonunun 1. türevine eşittir:

$$Y' = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{dY}{dX} = f'(X)$$

Maliyet fonksiyonları uygulamada, doğrusal, ikinci ya da üçüncü derecelerden fonksiyonlar olarak ele alınmaktadır.

<u>Örnek:</u> Bir çorap fabrikasının toplam maliyet fonksiyonu:

$Y = -10{,}85 + 6{,}75X - 0{,}0003X^2$

Ortalama maliyet = $\dfrac{Y}{X} = \dfrac{-10{,}85}{X} + 6{,}75 - 0{,}0003X$

Marjinal maliyet = $Y' = \dfrac{dY}{dX} = 6{,}75 - 0{,}0006X$

1.1.3. Hasılat Fonksiyonları

Bir malın fiyatı satılan miktar ile çarpıldığında satıcının sağladığı toplam hasılatı ya da tüketicilerin yaptığı toplam harcamaları buluruz. Toplam hasılat fonksiyonu;

R = f(X) = pX

R: toplam hasılat, P: fiyat ve X: satılan miktardır.

Marjinal hasılat: toplam hasılattaki artışın satılan miktardaki artışa oranıdır ve toplam hasılat fonksiyonunun 1. türevine eşittir:

$$R' = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta R}{\Delta X} = \frac{dR}{dX}$$

__Örnek:__ Toplam hasılat fonksiyonu, R = 10X - 2X^2

Marjinal hasılat = $R' = \frac{dR}{dX} = 10 - 4X$

1.1.4. Hanehalkı Tüketim Fonksiyonları

Verilen bir mal için hanehalkı tüketim fonksiyonu,

Y = f(C) = $\alpha_1 + \alpha_2$Y

Burada C: hane halkı tüketimi, Y: hane halkı geliridir. α_1: otonom tüketim harcamaları ve α_2: marjinal tüketim eğilimidir. C/Y ise, ortalama tüketim eğilimidir.

__Örnek:__ C = 150 + 0,075Y tüketim fonksiyonunda,

Marjinal tüketim eğilimi = MCM = 0,075'dir.

Ortalama tüketim eğilimi = $\frac{C}{Y} = \frac{-150 + 0{,}075Y}{Y}$'dir.

Tüketici geliri 6000 iken ortalama tüketim eğilimi;

$$MCM = \frac{-150 + 0{,}075Y}{Y} = \frac{-150 + 0{,}075(6000)}{6000} = 0{,}05$$

Tüketim elastikiyeti ise,

$$E_{CY} = \frac{\text{marjinal tüketim eğilimi}}{\text{ortalama tüketim eğilimi}} = \frac{0{,}075}{0{,}05} = 1{,}5$$

ya da, $E_{CY} = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta C / C}{\Delta Y / Y} = \frac{dC}{dY}\frac{Y}{C} = \alpha_2 \frac{Y}{C} = 0{,}075 \frac{6000}{300} = 1{,}5$

Hanehaklı gelirindeki (Y'deki) %1'lik artışın tüketim (C) %1,5 artmaktadır. Gelire bağlı tüketim fonksiyonları 1857 yılında Ernest Engel tarafından aile bütçesi anketi verilerine dayanarak yapılmıştır. "Engel eğrileri" ismini de almaktadır. Engel eğrileri sayesinde, ailelerin çeşitli mallara yapılan harcamalarla gelirleri arasındaki ilişki araştırılmaktadır. Genelde fonksiyon logaritmik olarak kurulmaktadır. Tüketim fonksiyonu,

$\log C = \log\alpha_1 + \alpha_2 \log Y$

$C = \alpha_1 Y^{\alpha_2}$

şeklinde iken α_2 elastikiyeti vermektedir.

1.1.5. Hanehalkı Tasarruf Fonksiyonları

Hanehalkı yani aile tasarrufları ile gelirleri arasındaki ilişkiyi gösteren fonksiyon tasarruf fonksiyonudur.

$S = f(Y) = \beta_0 + \beta_1 Y$

Burada, S: tasarruf miktarı, Y ise gelirdir. β_0: otonom tasarruftur, işareti negatiftir ve β_1 ise, marjinal tasarruf eğilimidir, işareti pozitiftir. Ayrıca,

Y = C + S eşitliği de vardır. C: tüketim harcamalarıdır.

Tüketim fonksiyonu, $C = f(Y) = \alpha_0 + \alpha_1 Y$ olarak gösterildiğinde,

MCM + MSM = 1 (marjinal tasarruf meyili ve marjinal tüketim meyili toplamı 1'e eşit)

$\alpha_1 + \beta_1 = 1$

ve $\alpha_0 = \beta_0$ eşitlikleri vardır. Tasarruf/gelir oranına, tasarruf oranı denilmektedir.

1.1.6. Talep Fonksiyonları

Bir malın talep edilen miktarı ile fiyatı arasındaki ilişkiyi gösteren talep fonksiyonu,

$D = f(P) = \beta_0 - \beta_1 P$

şeklinde gösterilmektedir. Fiyat ile talep arasındaki ilişki negatiftir; bir malın fiyatı artarsa o mala olan talep azalmaktadır.

Örnek: D = 66 – 3P talep fonksiyonu tahmin edilmiş olsun.

P = 11 için talep elastikiyeti = $\beta_1 \frac{P}{D} = (-3)\frac{11}{66-3(11)} = -1$

Böylece, fiyat %1 arttığında talep %1 oranında azalmaktadır. Daha geniş bir talep modeli,

$D_A = \beta_0 - \beta_1 P_A + \beta_2 P_B$

Burada P_A: A malının fiyatı, P_B ise B malının fiyatıdır. B malı anlaşıldığı üzere A malına rakip maldır. Talep fonksiyonlarında, tamamlayıcı malın fiyatının işareti negatif, rakip malın fiyatının işareti pozitiftir

Örnek: $D_A = 50 - \frac{2}{3}X_A + 2X_B$ olarak tahmin edilmiştir. D_A: tereyağı talep edilen miktarı, X_A: tereyağı fiyatı ve X_B: margarin fiyatıdır.

$X_B = 0$ ve $X_A = 30$ için kısmi elastikiyetleri hesaplayalım.

$$\varepsilon_{Y_A X_A} = \frac{\partial Y_A}{\partial X_A}\frac{X_A}{Y_A} = -\frac{2}{3}\frac{30}{50-\frac{2}{3}(30)+2(0)} = -\frac{2}{3} = -0{,}666$$

Böylece X_B sabitken X_A %1 arttığında A'nın talebi %0,66 azalacaktır.

$X_A = 0$ ve $X_B = 10$ için çarpraz elastikiyetleri hesaplayalım.

$$\text{Çarpraz fiyat elastikiyeti} = \frac{\text{A malı talep miktarındaki nispi değişme}}{\text{B malı fiyatındaki nispi değişme}}$$

$$\varepsilon_{Y_A X_A} = \frac{\partial Y_A}{\partial X_B}\frac{X_B}{Y_A} = 2\frac{10}{50-\frac{2}{3}(0)+2(10)} = \frac{20}{70} = 0{,}28$$

Böylece X_A sabitken X_B %1 arttığında A'nın talebi %0,28 artacaktır. Literatürde talep modelinin tam logaritmik olarak kabul edildiği örnekler de vardır.

$\log D_i = \beta_0 + \beta_1 \log P_i + \beta_2 \log P_1 + \beta_3 \log P_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + \beta_n \log P_n$

bu tür modellerde katsayılar elastikiyetleri vermektedir ve bu nedenle bu modellere "sabit elastikiyetli talep modeli" denilmektedir.

1.1.7. Arz Fonksiyonları

Bir firmanın ya da bir bireyin arz fonksiyonu, piyasada belirli bir maldan arz edilecek miktarı göstermektedir. piyasa arz fonksiyonu ise, belirli bir fiyattan çeşitli biray veya firmaların arzlarının toplamıdır. O halde arz fonksiyonu, malın arz edilen miktarı ile fiyatı arasındaki ilişkiyi göstermektedir,

$S = f(P) = \beta_0 + \beta_1 P$

şeklinde gösterilmektedir. Fiyat ile arz arasındaki ilişki pozitiftir; bir malın fiyatı artarsa o mala olan arz artmaktadır. Arz edilen miktar sadece fiyata bağlı değil; diğer malların fiyatlarına, üretim faktörleri fiyatlarına ve üretim teknolojisindeki gelişmelere bağlıdır.

Arz edilen miktarın sadece fiyata bağlı olduğu durumda arz elastikiyeti:

$$\varepsilon = \frac{\text{arz miktarındaki nispi değişme}}{\text{fiyattaki nispi değişme}} = \frac{\Delta S}{\Delta P}\frac{P}{S} = \beta_1 \frac{P}{S}$$

Arz elastikiyeti katsayısı β_1'in işaretine bağlı olarak daima pozitiftir.

Tam rekabet piyasasında piyasa dengesi, bir maldan talep edilen miktarın arz edilen miktara eşit olduğu yerde sağlanmaktadır. Bu noktada belirlenen fiyat, denge fiyatı; miktar ise denge miktarıdır. Şöyle gösterilebilir:

$D = \beta_0 - \beta_1 P$

$S = \alpha_0 + \alpha_1 P$

$D = S$

1.1.8. Yatırım Fonksiyonu

Bir firmanın yatırım harcamalarını açıklayan fonksiyondur. Yatırım harcaması, firmanın karı, t-1 dönemindeki mivcut sermaye stokuna ve uzun dönem faiz haddine bağlıdır.

$I_t = \beta_0 + \beta_1 Л_t + \beta_2 K_{t-1} + \beta_3 r_t$

Burada, I_t: yatırım harcaması, $Л_t$: firmanın karı, K_{t-1}: bir dönem önceki sermaye stoğu ve r_t: faiz haddidir.

KAYNAKÇA

- Akkaya Şahin, Pazarlıoğlu Vedat, “Ekonometri I”, Anadolu Matbaacılık, 2000, İz

4. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste iktisatta karşılaşılabilecek çeşitli modeller ele alınmaktadır. Değişken, parametre ayrımına dikkat edilerek ve iktisadi özellikleri de göz önünde bulundurularak önemli modeller kantitatif açıdan incelenmektedir.

1. İKTİSADİ MODELLERİ

1.1.Sektörel Modeller

1.1.1.Girdi Çıktı Modeli

Girdi – Çıktı Analizi, bir ekonomideki endüstrilerin dış taleplerle birlikte birbirlerinin iç taleplerini de karşılayacak kadar üretim yapmalarını sağlayacak denge koşullarını belirlemek için yapılmaktadır. Basitleştirmek için 3 sektör ele alalım: tarım, imalat sanayi ve hizmetler. Her sektörün çıktısı, bu çıktıyı kendi üretim sürecinde girdi olarak kullanan diğer sektörlere ve nihai tüketicilere satılmaktadır. Örneğin imalat sanayi sektörü çıktısı:

- tarım sektörüne girdi olarak
- imalat sanayi sektörünün kendisine girdi olarak
- hizmetler sektörüne girdi olarak
- nihai tüketicilere

satılmaktadır. Ayrıca sektörlerde üretim yapılabilmesi için bu aramalı girdilerinin dışında işgücü, sermaye gidilere de ihtiyaç duyulmaktadır.

Alan Sektör / Veren Sektör	Sektörlerarası Talep			Nihai Talep	Toplam Çıktı
	Tarım	İmalat Sanayi	Hizmetler		
Tarım	4	10	0	6	20
İmalat Sanayi	5	10	5	10	30
Hizmetler	0	6	2	2	10
İşgücü	11	4	3		
Toplam Girdi	20	30	10		60

1. satırda, imalat sanayi sektörünün çıktısının nasıl dağıtıldığı gösterilmektedir. 5 birim tarım sektörüne girdi, 10 birim kendisine girdi, 5 birim hizmetler sektörüne girdi vermiş, 10 birim de nihai tüketicilere satılmıştır. Dolayısıyla, 20 birim sektörlerarası talebi, 10 birim de nihai talebi karşılamıştır.

Benzer şekilde 2. sütun imalat sanayinin üretim yapabilmek için hangi girdileri kullandığını göstermektedir. İmalat sanayi üretim yapabilmek için, 10 birim tarımdan, 10 birim kendisinden, 6 birim hizmetlerden girdi kullanmıştır. 4 birim de işgücüne ihtiyaç duymuştur. Üretim yapabilmek için 30 birim girdi kullanmıştır.

1.1.2. Philips Eğrisi

Philips eğrisi t yılındaki enflasyon oranı ile işsizlik oranı arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Phillips eğrisi bir ekonomide işsizliği azaltmak için alınacak önlemlerin nominal ücretleri yükselttiğini, aksine işçi ücretlerinin düşmesi durumunda (toplam talebi azaltıcı önlemler nedeniyle) da işsizliğin arttığını ortaya koymaktadır.

$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t$

Burada, Y_t: t yılındaki enflasyon oranı ve X_t: işsizlik oranıdır.

Literatürde daha çok Philips eğrisine konu olan ilişki ters model yardımıyla açıklanmaktadır.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{X_t}$$

Örnek: 1992-2008 dönemi için ortalama saat ücreti (Y) ile işsizlik oranı (X) verilerine göre aşağıdaki model tahmin edilmiştir:

$$Y_t = 4640{,}392 - 33510{,}286 \frac{1}{X_t}$$

$\overline{X} = 8{,}835$ ve $\overline{Y} = 724{,}170$ olmak üzere esnekliği hesaplayalım:

$$\varepsilon_{YX} = -\hat{\beta}_1 \frac{1}{\overline{X}\overline{Y}} = -\left(-33510{,}286\right)\frac{1}{\left(8{,}835\right)\left(724{,}170\right)} = 5{,}237$$

1.1.3. Pareto Gelir Dağılımı Eğrisi

Gelir dağılımı konusunda Lorenz eğrisi ve Pareto gelir dağılımı eğrisi sıklıkla kullanılmaktadır. Pareto eğrisi şöyledir:

$$N\left(x\right) = \frac{A}{x^a}$$

N(x): x ve daha fazla gelire sahip olanların sayısı, a: gelir dağılımında eşitsizliği gösteren katsayı, A: sabit sayıdır. Bu eğri tam logaritmik model haline getirildiğinde doğru haline dönüşür.

1.2. Makro Ekonomik Modeller

1.2.1. Toplam Tüketim Fonksiyonu

Tek denklemli tüketim fonksiyonu: $C = a + bY$ (Keynes'in tüketim fonksiyonu)

Ortalama tüketim eğilimi = $\dfrac{\text{tüketim}}{\text{gelir}} = \dfrac{C}{Y}$

Marjinal tüketim eğilimi = $\dfrac{\text{tüketimdeki değişme}}{\text{gelirdeki değişme}} = \dfrac{\Delta C}{\Delta Y}$

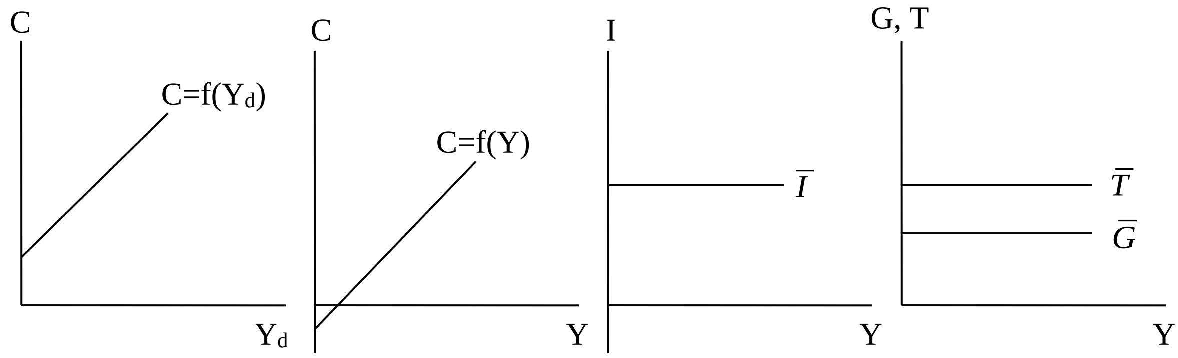
İki denklemli tüketim fonksiyonu:

$$C = a + bY$$
$$Y = C + I$$

Çok denklemli tüketim fonksiyonu:

$$1. C = a + bY_d$$
$$2. I = \overline{I}$$
$$3. G = \overline{G}$$
$$4. T = \overline{T}$$
$$5. Y_d = Y - T$$
$$6. Y = C + I + G$$

Bu tüketim fonksiyonları kapalı bir ekonomi olduğu varsayımı altında geçerlidir. C burada, özel sektör veya hanehaklarının nihai mallara yaptıkları harcamalardır. I, işletmelerin net stok birikimleri de dahil sermaye malları harcamaları ve yeni inşa edilen konutlara yapılan harcamalardır. G, devlet ya da hükümetin nihai mal ya da hizmet alımı için yaptığı harcamalardır. (1) nolu denklemde tüketim kullanılabilir gelirin artan bir fonksiyonudur. 2, 3 ve 4 numaralı denklemler sırasıyla, yatırımın, devlet harcamalarının vergi gerlirlerinin otonom olduğunu ifade etmektedir. 5 numaralı denklem kullanılabilir gelirin, kişisel gelirden vasıtasız vergilerin çıkarılması ile elde edildiğini göstermektedir.



6 numaralı eşitlikte, 1, 2, 3 ve 4 eşitlikleri yerlerine yerleştirildiğinde,

$$Y = a + bY_d + \overline{I} + \overline{G}$$

Bu eşitliğin I'ya göre türevi alındığında yatırım çarpanı elde edilmektedir,

yatırım çarpanı=$\dfrac{dY}{dI} = \dfrac{1}{1-b} = k$

Bir ekonomide belli bir dönemde gerçekleşen bir miktar otonom yatırım artışının bir katsayı ile çarpılmış katı kadar gelir artışına yol açmasına yatırımların çarpan ya da çoğaltan etkisi denilmektedir.

kamu harcamaları çarpanı=$\dfrac{dY}{dG} = \dfrac{1}{1-b}$

ve

vergi çarpanı=$\dfrac{dY}{dT} = -\dfrac{b}{1-b}$

şeklinde kamu harcamaları çarpanı ve vergi çarpanı da hesaplanabilir. Bu çarpanlar sayesinde bağımsız değişkenlerden birisinde meydana gelen değişmelerin denge milli gelir seviyesini ne kadar değiştirdiği bulunabilir.

Keynes'in tüketim fonksiyonundan başka sıklıkla gecikmeli bir tüketim fonksiyonu da kullanılmaktadır:

$C_t = a + bY_t + cY_{t-1}$

Görüldüğü gibi daha önce elde edilmiş gelir de dikkate alınmıştır. Buna "Duessenberry nispi gelir hipotezi" denilmektedir.

Fertlerin kazandıkları gelirler, hayatlarının başında azdır, verimlilikleriyle birlikte gelirleri de artar ve hayatlarının sonuna doğru gelirleri azalıp gelir ve harcamaları da artar. Buna "Ango ve Modigliani yaşam süreci yaklaşımı" denilmektedir.

Sürekli gelir, tüketicinin kendisi ile ilgili yaş, eğitiöm düzeyi, meslek gibi unsurları dikkate alarak kazanmayı planladığı gelirdir. Buna da "Friedman'ın sürekli gelir hipotezi" denilmektedir.

1.2.2. Toplam Tasarruf Fonksiyonu

Tasarruf, milli gelirin tüketim harcamalarına gitmeyen kısmıdır.

$S = Y - C$

Gelirle tasarruf arasındaki ilişki pozitiftir. Toplam tasarruf fonksiyonu şöyle gösterilebilir:

$S = c + dY$

Ortalama tasarruf eğilimi = $\dfrac{\text{tasarruf}}{\text{gelir}} = \dfrac{S}{Y}$

Ekonomide elde edilen gelirin ne kadarının tasarruf edildiğini gösterir.

Marjinal tasarruf eğilimi = $\dfrac{\text{tasarruflardaki değişme}}{\text{gelirdeki değişme}} = \dfrac{\Delta S}{\Delta Y}$

Marjinal tasarruf eğilimi, ortalama tasarruf eğiliminden büyüktür. Ayrıca, marjinal tüketim eğilimi ve marjinal tasarruf eğiliminin toplamı 1'e eşittir.

1.2.3. Toplam Yatırım Fonksiyonu

Yatırım harcamaları çarpan etkisi ile milli gelir ve istaihdam üzerinde daha fazla etki yapmaktadır. Ekonomide yatırım hacmini belirleyen en önemli unsurlar, cari faiz haddi (r), milli gelir (Y) ve sermaye stoku (K)'dır. Böylece yatırım fonksiyonu,

$I = \beta_0 + \beta_1 r + \beta_2 Y + \beta_3 K$

Yatırımlarla sermaye stoğu arasındaki ilişki negatif yönlüdür.

1.2.4. İhracat ve İthalat Fonksiyonları

İthalat ve ihracatın varlığıyla yani açık bir ekonomide,

$Y = C + I + G + (E-M)$

şeklinde yazılabilir. Burada, E: ihracat tutarı ve M: ithalat tutarıdır. E = M ise, dış ticaret dengesi vardır. E>M ise dış ticaret fazlası, E<M ise dış ticaret açığı vardır. Eğer dış ticaret fazlası varsa, ihracatın çarpan etkisinden dolayı, ekonomiye dış ticaret yoluyla giren bu ek gelir, milli gelirde kendisinden fazla gelir artışı yapmaktadır. İhracatın ΔE kadar artması halinde, milli gelirin ne kadar artacağını gösteren katsayıya dış ticaret çarpanı denilmektedir.

İhracat fonksiyonu,

$\log E = a + b\log P_D/P_M$

burada P_D: iç piyasa fiyatları ve P_M: dünya piyasası fiyatlarıdır. b katsayısı, "nispi fiyatlara göre dış ticaret elastikiyetini" vermektedir.

İthalat fonksiyonu,

$M = a + bY$

burada a: otonom ithalat ve b ise marjinal ithalat eğilimidir. Marjinal ithalat eğilimi, gelirde meydana gelecek bir birimlik artışın ithalatı kaç birim değiştireceğini göstermektedir. b katsayısı, "nispi fiyatlara göre dış ticaret elastikiyetini" vermektedir. İthalat fonksiyonu şöyle de yazılabilir:

$\log M = a + b\log Y + c\log P_D/P_M$

burada b katsayısı, gelire göre ithalat elastikiyeti ve c nispi fiyatlara göre ithalat elastikiyetidir.

1.2.5. Para Talebi Fonksiyonları

Para talebi, bir ekonomide belli bir anda tüm fertlerin ve kurumların yanlarında, kasalarında ya da banka hesaplarında hemen harcanabilir durumda bulundurmak istedikleri para stoku olarak tanımlanmaktadır. Para talebini etkileyen en önemli faktörler, gelir seviyesi ile malların fiyatıdır. Faiz oranlarının yüksek olduğu dönemlerde, bazı kişiler para tutma eğilimini azaltıp paralarını bankaya yatırırlar. Likit aktifler veya varlıklar stoku (L) de para talebini etkilemektedir. Para talebi modeli şöyle kurulmaktadır:

$M_D = \beta_0 + \beta_1 r + \beta_2 Y + \beta_3 L$

Bazen tüm değişkenler fiyat indeksine bölünüp logaritmaları alınarak modellenmektedir. Örneğin,

$$log\frac{M}{P} = 2.31 - 0.76\,log\,r + 0.008\,log\frac{Y}{P} + 0.012\,log\frac{L}{P}$$

Görüldüğü gibi, Y ve L'nin katsayıları pozitiftir yani para talebi ile gelir ve likit aktifler arasında pozitif ilişki vardır. Faiz oranı (r) ile para talebi arasında ise negatif yönlü ilişki vardır.

1.2.6. Çok Denklemli Makro Ekonomik Modeller

Makro ekonomik modeller, bir ekonominin kısmen veya tamamen işleyişini ortaya koymak amacıyla birden çok denklemli modeller ele alınmaktadır. Denklem sayısı 4'den 100'e kadar çıkabilmektedir. Örnek bir model şöyledir:

$$C = a_0 + a_1 Y_d$$
$$I = b_0 + b_1 r + b_2 Y_{t-1}$$
$$T = \overline{T}$$
$$Y_d = Y - T$$
$$Y = C + I + G$$

Başka bir örnek:

$$C = a_0 + a_1 Y + a_2 T$$
$$I = b_0 + b_1 r + b_2 Y_{t-1}$$
$$M_D = c_0 + c_1 r + c_2 Y_t + c_3 L$$
$$M_D = \overline{M}_S$$
$$Y = C + I + G$$

Fromm ve Klein'in üç aylık kısa dönem ABD gelir belirleyici modelinin 150'den fazla tekniksel ve davranışsal denklemler ile 15 tarifsel denklemi vardır.

1965-1984 dönemi Türkiye ekonometrik modeli, 50 davranışsal denklem ve 61 tarifsel denklem kapsamaktadır. Toplam 237 değişken vardır; 153'ü bağımlı ve 84'ü bağımsızdır.

KAYNAKÇA

- Akkaya Şahin, Pazarlıoğlu Vedat, "Ekonometri I", Anadolu Matbaacılık, 2000, İzmir.

5. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste gecikmeli modeller ve gecikmeli modellerin türleri üzerinde durulmaktadır. Dağıtılmış gecikmeli modeller ve otoregresif modeller örneklerle açıklanmaya çalışılacaktır.

1. DEĞİŞKENLER ARASINDAKİ GECİKMELİ İLİŞKİLER

Bağımlı ve bağımsız değişkenlerin farklı zamanlardaki ilişkileri ile ortaya çıkar. Değişkenlerin gecikmeli değerleri iktisadi ilişkilerde önemli açıklayıcı değişkenlerdir, çünkü bir dönemin iktisadi davranışı büyük ölçüde geçmiş deneyimin ve eski davranış biçimlerinin bir sonucudur.

Gecikmeli modeller türlerine göre 2'ye ayrılır:

- Bağımlı değişkeni gecikmeli modeller (otoregresif modeller)
- Bağımsız değişkeni gecikmeli modeller (dağıtılmış gecikmeli modeller)

1.1. Bağımsız Değişkeni Gecikmeli Modeller (Dağıtılmış Gecikmeli Modeller)

Bağımlı değişkenin t zamanındaki değeri, bağımsız değişken/lerin başka zaman dilimindeki değerleri ile tayin edildiği durumlarda görülür.

$C=f(Y) = C_t=\alpha+\beta Y_t$:statik model burada marjinal tüketim meyili = $MCM = \dfrac{dC_t}{dY_t}$

$C_t=\alpha+\beta Y_{t-1}$:dağıtılmış gecikmeli model (1 gecikme): bu ayın tüketimi, geçen ayın gelirine bağlıdır. burada marjinal tüketim meyili = $MCM = \dfrac{dC_t}{dY_{t-1}}$

$C_t= \alpha +\beta_0 Y_t+\beta_1 Y_{t-1}+\beta_2 Y_{t-2}+\ldots\ldots+\beta_n Y_{t-n}$:dağıtılmış gecikmeli model (n gecikme) bu ayın tüketimi, bu ayın ve geçmiş (n) ayların gelirine bağlıdır.

$Y_t=\alpha +\beta_0 X_t+\beta_1 X_{t-1}+\beta_2 X_{t-2}+\ldots\ldots+\beta_n X_{t-n}$

$Y_t=\alpha + \sum_{i=0}^{n} \beta_i X_{t-i}$

Dağıtılmış gecikmeli model denmesinin sebebi: Açıklayıcı değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkisinin X'in belli sayıdaki gecikmiş değerleri arasında dağıtılmış olmasıdır.

Ortalama gecikme: Gecikme uzunluklarının tartılı (ağırlıklı) ortalamasıdır. Her bir dönemin katsayısının toplam katsayıya oranına ($\beta_i / \Sigma\beta_i$) tartı denmektedir. Bu durumda,

$$\text{Ortalama gecikme}=\frac{\sum_{i=0}^{n} i\beta_i}{\sum_{i=0}^{n}\beta_i}=\frac{0\beta_0+1\beta_1+2\beta_2+....+n\beta_n}{\beta_0+\beta_1+\beta_2+....+\beta_n}$$

1.1.1. Örnekler

- *Örnek: Tüketim fonksiyonu*

Teoride, bugünkü tüketim (C_t) alışkanlıklar nedeniyle geçmiş tüketim düzeyine (C_{t-n}), bugünkü gelire (Y_t), gelirin geçmiş düzeylerine (Y_{t-n}) ve başka etmenlere (X_{nt}) bağlıdır. Buna göre fonksiyon;

$C_t = f(C_{t-1}, C_{t-2}, …., Y_t, Y_{t-1}, …, Y_{t-n}, X_{1t}, X_{2t},…., X_{nt})$

$C_t=\alpha_0 + \alpha_1 C_{t-1} + \alpha_2 C_{t-2} +…..+ \alpha_n C_{t-n} + \beta_0 Y_t + \beta_1 Y_{t-1} +…….+ \beta_n Y_{t-n} + \lambda_1 X_{1t} + \lambda_2 X_{2t} +….+ \lambda_n X_{nt}$

Böyle bir model, tüketimin sadece bugünkü değil geçmişin gelirine de bağlı olacağını ve geçmişteki tüketim alışkanlıklarının cari dönemin tüketim alışkanlıklarını da etkileyeceğini söylemektedir.

- *Örnek: Dayanıklı tüketim malları talebi*

Teoride, dayanıklı tüketim malları talebi (D_d) başka faktörlerin yanı sıra bugünkü gelire (Y_t) bu malların alımında kullanılacak tasarruf miktarını belirleyen eski gelir düzeylerine (Y_{t-n}), dayanıklı tüketim mal stoğuna ya da aynı anlama gelen dayanıklı tüketim mallarının daha önce satın alınmış miktarlarına ($S_{d,t}$), fiyatlarına (P_t) bağlıdır. Buna göre fonksiyon;

$D_d=f(Y_t, Y_{t-1},…., Y_{t-n},S_{d,t}, P_{t......})$

$D_d = \pi_0 + \pi_1 Y_t + \pi_2 Y_{t-1} +…..+ \pi_n Y_{t-n} + \varphi S_{d,t} + \psi P_t…..$

- *Örnek: Yatırım fonksiyonu*

Teoride, yatırım projeleri geçmiş üretimlere ($X_t,X_{t-1},….$), gelecekteki kara ilişkin beklentilere (Π_t), sermaye stoğuna (K_t), faiz (r_t) ve diğer faktörlere bağlıdır. Buna göre fonksiyon;

$I_t = f(X_t, X_{t-1},\ldots, \Pi_t, K_t, r_t)$

$I_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \alpha_2 X_{t-1} + \ldots + \beta\, \Pi_t + \lambda K_t + \varphi r_t + \ldots$

1.1.2. Dağıtılmış Gecikmeli Modellerin Türleri

Genel olarak yukarıda anlatılan gibi dağıtılmış gecikmeli modellere rastlanmasına rağmen bazen gecikme farklı yapılarda da ortaya çıkabilir, bu nedenle dağıtılmış gecikmeli modelleri 3 gurup altında inceleyebiliriz. Gecikmeli değişkenlere isteğe bağlı değerler tartı olarak verilip bu değişkenlerin doğrusal birleşimlerinde yeni değişkenler (W) türetilir.

1.1.2.1. Azalan Ağırlıklı Gecikmeli Model (Geometrik Azalan Model)

Bu modelde parametre değerlerinin gittikçe azaldığı, yani X'in bugüne daha yakın değerlerinin Y üzerindeki etkisinin daha eski değerlere göre daha yüksek olduğu varsayılır. Gecikme arttıkça, parametrelerin değeri küçülür.

$Y_t=\alpha +\beta_0 X_t+\beta_1 X_{t-1}+\beta_2 X_{t-2}+\ldots\ldots+\beta_n X_{t-n}$

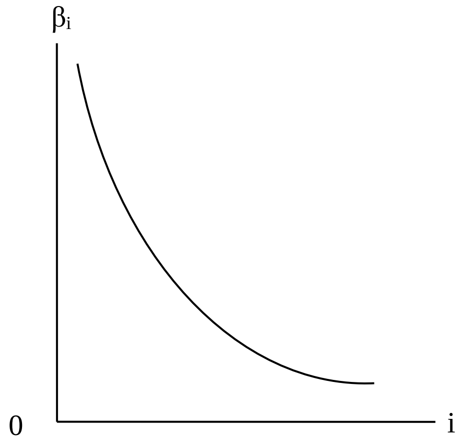
$\beta_0>\beta_1>\beta_2>\ldots\ldots>\beta_n$

<u>Özellikleri:</u>

$0< \beta_i <1$

$$\sum_{i=0}^{n} \beta_i < \infty$$

Bağımsız değişkenin gecikmesi sonludur, n-1. gelirimiz bugünkü tüketimi etkilemez. Gecikme geriye doğru giderken parametrenin değeri sıfıra doğru yaklaşır.



β katsayılarının işaretlerin hepsi aynıdır. Parametre işaret değiştirdiğinde artık gecikme kesilmiştir. Bu gecikmenin son kısmıdır.

Tüketim fonksiyonu örnek olarak verilebilir.

$C_t = \alpha + \beta_0 Y_t + \beta_1 Y_{t-1} + \ldots\ldots + \beta_n Y_{t-n}$

$\beta_0 > \beta_1 > \beta_2 > \ldots\ldots > \beta_n$ tüketimimizi en çok etkileyen gelir bugünkü gelirimizdir.

Örneğin t=4 için:

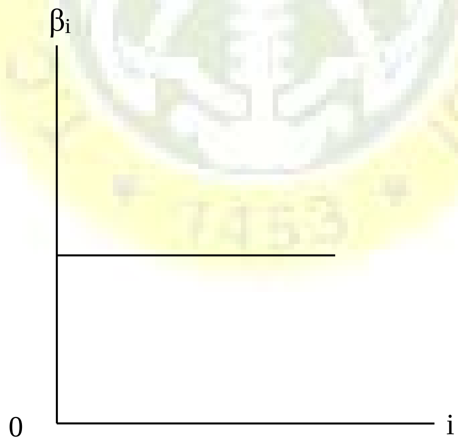
$Y_{1t} = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \beta_3 X_{t-3} + \beta_4 X_{t-4}$

$$Y_{1t} = \alpha + \frac{1}{3} X_t + \frac{1}{5} X_{t-1} + \frac{1}{6} X_{t-2} + \frac{1}{8} X_{t-3} + \frac{1}{10} X_{t-4}$$

burada $\beta_0 > \beta_1 > \beta_2 > \beta_3 > \beta_4$

1.1.2.2. Eşit Ağırlıklı Gecikmeli Model

Bu modelde bütün gecikmeli değişkenlere eşit ağırlık verilir. Yani X'in her geçmiş değerinin Y üzerindeki etkisi aynıdır.



Örneğin t=4 için;

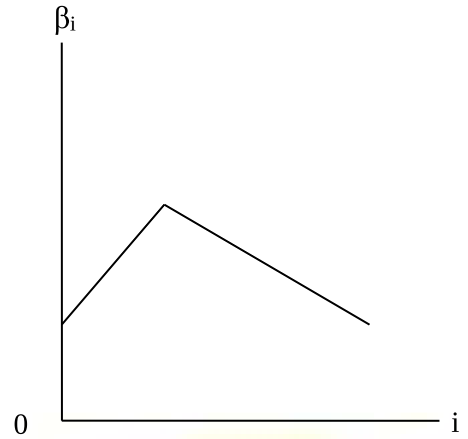
$Y_{2t} = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \beta_3 X_{t-3} + \beta_4 X_{t-4}$

$$Y_{2t} = \alpha + \frac{1}{3} X_t + \frac{1}{3} X_{t-1} + \frac{1}{3} X_{t-2} + \frac{1}{3} X_{t-3} + \frac{1}{3} X_{t-4}$$

burada $\beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4$

1.1.2.3. Ters V Biçiminde Gecikmeli Model

Bu modelde gecikmelerin katsayıları önce artmakta sonra azalmaktadır yani gecikmeli değişkenlerin Y üzerindeki etkilerinin önce arttığı sonra azaldığı varsayılmaktadır.



Örneğin t=4 için:

$Y_{1t} = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \beta_3 X_{t-3} + \beta_4 X_{t-4}$

$$Y_{1t} = \alpha + \frac{1}{10} X_t + \frac{1}{4} X_{t-1} + \frac{1}{5} X_{t-2} + \frac{1}{7} X_{t-3} + \frac{1}{9} X_{t-4}$$

burada $\beta_0 < \beta_1 > \beta_2 > \beta_3 > \beta_4$

1.2. Bağımlı Değişkeni Gecikmeli Modeller (Otoregresif Model)

Bu modelde, bağımlı değişkenin bugünkü değeri kendisinin önceki değerleri tarafından belirlenir yani bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri bağımsız değişken olarak yer alıyorsa bu tür modellerden söz edilir.

$X_t = f(X_{t-1}, X_{t-2}, \ldots, X_{t-n})$

$X_t = \alpha + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \ldots\ldots + \beta_n X_{t-n}$

Örnek: Milli gelirin bugünkü seviyesini milli gelirin daha önceki değerleri belirliyorsa otoregresif modeldir. Bazen bağımsız değişken olarak bağımlı değişkenin geçmiş değerlerinin yanında bağımlı değişkeni etkileyen başka faktörler de bulunabilir.

$C_t = \alpha + \beta Y_t + \gamma C_{t-1}$:otoregresif model (1 gecikme): bu ayın tüketimi, bu ayın gelirine ve geçen ayın tüketimine bağlıdır.

$C_t = \alpha + \beta Y_t + \gamma C_{t-1} + \beta_3 C_{t-2} + \ldots\ldots + \beta_n C_{t-n}$:otoregresif model (n gecikme) bu ayın tüketimi, bu ayın gelirine ve geçen ayların tüketimine bağlıdır.

KAYNAKÇA

- Prof. Dr. Ahmet Gökçen, basılmamış ders notları
- Gujarati Damador (Çevirenler: Ümit Şenesen, Gülay Günlük Şenesen), Temel Ekonometri, Literatür Yayıncılık, İstanbul, 1999.
- Güriş Selahattin & Çağlayan Ebru, Ekonometri Temel Kavramlar, Der Yayınları, İstanbul, 2010.

6. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste, yapısal biçim ve daraltmış biçim çeşitli örneklerle işlenmektedir. İçsel-dışsal değişken ayrımının kavranması amaçlanmakta ve yapısal biçimden daraltılmış biçime geçirme yöntemleri anlatılmaktadır. Yapısal ve daraltmış biçimlerin özellikleri üzerinde de durulmaktadır.

1. EŞANLI DENKLEM SİSTEMLERİ

Değişkenler arasındaki iktisadi ilişkileri ifade etmede bazen tek denklem yetersiz kalmaktadır. Değişkenler arasında tek yönlü yani bağımsız değişkenlerden bağımlı değişkene doğru ilişki olması yerine, değişkenler arasında karşılıklı olarak dolaylı ve dolaysız ilişkiler olabilir ve ilişkiler birden fazla denklemle ifade edilmek zorunda kalabilir. Böyle durumlarda bağımlı-bağımsız değişken ayrımı yerine, içsel ve dışsal değişkenlere bırakırlar. Eşanlı denklem sistemlerinin çözüm aşamaları incelenirken iki tür denklem tipi ile karşılaşılmaktadır. Bunlar, yapısal biçim denklemleri ve daraltılmış biçim denklemleridir.

1. 1. Yapısal Biçim

İktisat teorisinin ilkelerine uygun olarak değişkenler arasındaki ilişkileri gösteren denklemler sistemidir. Yapısal biçimde her denklem teorik ilişkilerin matematiksel ifadesidir. Modelde ele alınan bütün özellikleri ve bağlantıları gösterir. Değişkenler bağımlı-bağımsız yerine, içsel-dışsal değişkenler olarak ifade edilirler. Modelin içsel değişken değerleri, içsel ve dışsal değişkenler tarafından belirlenir. Hiçbir denklem birbirinden bağımsız çözülememektedir.

İçsel Değişkenler: İçsel değişkenler model ya da sistem içinde belirlenen değişkenlerdir.

Dışsal Değişkenler: Dışsal değişkenler, model ya da sistem dışında belirlenen değişkenlerdir.

Örnek: Aşağıdaki piyasa denge modelindeki denklem sisteminde yer alan denklemler yapısal biçim denklemleridir.

$D = \alpha + \beta P$

$S = \lambda + \gamma P$

$D = S$

D, S ve P modelin içsel değişkenleridir. Bu piyasa denge modelinde 3 adet yapısal denklem, 3 adet içsel değişken vardır. 3 adet içsel değişkeni olan ve dışsal değişkeni olmayan bu denklem sisteminin çözümünü mümkün hale getirmek için denklemi daraltılmış biçime dönüştürmek gerekmektedir.

1. 2. Daraltılmış Biçim

Bağımlı değişkenlerin bağımsız değişkenlerle ifade edildiği modellerdir. Herbir denklemde yalnız bir bağımlı değişken ve bir ya da birden fazla bağımsız değişken vardır. Daraltılmış biçim denklemleri yapısal biçim denklemlerinden çıkartılırlar. Bu nedenle, daraltılmış biçin parametreleri, yapısal biçim parametrelerinin bir fonksiyonudur. Daraltılmış biçimde etkilenen (endojen, bağımlı) değişkenler sol tarafta ve etkileyen (eksojen, bağımsız) değişkenler sağ tarafta toplanmıştır. Daraltılmış denklemler, içsel değişkenlerin çözüm değerlerini belirleyen denklemlerdir. Dolayısıyla, bu denklemler içsel değişkenlerin denge değerlerini tanımlamaktadır. Fakat yapısal biçimdeki ayrıntıları yansıtmadığı için, dolaysız ve tek bir ekonomik yorumlamaya elverişli değildir. bir ya da daha çok bağımsız değişkenin değeri değiştiğinde bağımlı değişkenin ne değer alacağını gösterir; fakat bunun neden ve nasıl olduğunu bütün ayrıntıları ile belirleyip ortaya koymaz.

Örnek: Aşağıdaki yapısal biçim piyasa denge modelini daraltılmış biçim haline getirelim.

$$\left.\begin{aligned} D &= \alpha + \beta P \\ S &= \lambda + \delta P \\ D &= S \end{aligned}\right\} \text{Yapısal biçim} \qquad \text{D, S ve P: içsel değişkenler}$$

$D = S$

$\alpha + \beta P = \lambda + \delta P$

$\alpha - \lambda = P(\beta - \delta)$

$$P = \frac{\alpha - \lambda}{\delta - \beta} \quad \text{(denge fiyatı)}$$

Denge miktarını bulmak için,

$Q = D = S = \alpha + \beta P$

$$= \alpha + \beta\left(\frac{\alpha - \lambda}{\delta - \beta}\right)$$

$$= \frac{\alpha\delta - \beta\alpha + \beta\alpha - \beta\lambda}{\delta - \beta}$$

$$Q = \frac{\alpha\delta - \beta\lambda}{\delta - \beta} \quad \text{(denge miktarı)}$$

$P = \dfrac{\alpha - \lambda}{\delta - \beta}$ ve $Q = \dfrac{\alpha\delta - \beta\lambda}{\delta - \beta}$ daraltılmış biçim denklemleridir

<u>Örnek:</u> Aşağıdaki yapısal biçim piyasa denge modelini daraltılmış biçim haline getirelim.

$$\left.\begin{aligned} D &= \alpha + \beta P + \psi Y \\ S &= \lambda + \delta P \\ D &= S \end{aligned}\right\}$$ Yapısal biçim D, S ve P: içsel değişkenler ve Y: dışsal değişken

D = S

$\alpha + \beta P + \psi Y = \lambda + \delta P$

$P(\delta - \beta) = \alpha - \lambda + \psi Y$

$P = \dfrac{\alpha - \lambda + \psi Y}{\delta - \beta}$ (denge fiyatı)

Denge miktarını bulmak için,

$Q = D = S = \alpha + \beta P + \psi Y$

$$= \alpha + \beta\left(\frac{\alpha - \lambda + \psi Y}{\delta - \beta}\right) + \psi Y$$

$$= \frac{\alpha\delta - \beta\alpha + \beta\alpha - \beta\lambda + \beta\psi Y + \delta\psi Y - \beta\psi Y}{\delta - \beta}$$

$$Q = \frac{\alpha\delta - \beta\lambda + \delta\psi Y}{\delta - \beta} \quad \text{(denge miktarı)}$$

$P = \dfrac{\alpha - \lambda + \psi Y}{\delta - \beta}$ ve $Q = \dfrac{\alpha\delta - \beta\lambda + \delta\psi Y}{\delta - \beta}$ daraltılmış biçim denklemleridir.

Burada Y = 0 iken yani gelirin etkisi yokken yapısal ve daraltılmış denklemler bir önceki örnektekine eşittir. Bu model aracılığı ile, modelin tek dışsal değişkeni olan gelirdeki değişmelerin denge fiyat ve miktarı üzerindeki etkileri belirlenebilir.

Gelir değişimlerinin denge fiyatı üzerindeki etkisi:

$$\frac{\partial Y}{\partial P} = \frac{\psi}{\delta - \beta}$$

Gelir değişimlerinin denge miktarı üzerindeki etkisi:

$$\frac{\partial Y}{\partial P} = \frac{\delta\psi}{\delta - \beta}$$

Örnek: Aşağıdaki yapısal biçim denklem sisteminde içsel ve dışsal değişkenleri yazalım.

C = a + b(Y-T)

T = tY

Y = C + I

C, Y, T içsel değişkenler ve I dışsal değişkendir.

Örnek: Aşağıdaki yapısal biçim denklem sisteminde içsel ve dışsal değişkenleri yazalım.

C = a + b(Y-T)

T = tY

M = mY

Y = C + I – X - M

C, Y, T, M içsel değişkenler ve I ve X dışsal değişkendir.

Örnek: Aşağıdaki yapısal biçim piyasa denge modelini daraltılmış biçim haline getirelim.

$$\left.\begin{aligned} D &= \alpha_1 + \beta_1 P + \delta_1 Y \\ S &= \alpha_2 + \beta_2 P + \delta_2 R \\ D &= S \end{aligned}\right\} \text{Yapısal biçim}$$

D, S ve P: içsel değişkenler

Y ve R: dışsal değişkenler

D = S

$\alpha_1 + \beta_1 P + \delta_1 Y = \alpha_2 + \beta_2 P + \delta_2 R$

$\alpha_1 - \alpha_2 + \delta_1 Y - \delta_2 R = (\beta_2 - \beta_1)P$

$$P = \frac{\alpha_1 - \alpha_2 + \delta_1 Y - \delta_2 R}{\beta_2 - \beta_1}$$

$$P = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\beta_2 - \beta_1} + \frac{\delta_1}{\beta_2 - \beta_1} Y - \frac{\delta_2}{\beta_2 - \beta_1} R \qquad \text{(denge fiyatı)}$$

Denge miktarını bulmak için,

$Q = D = S = \alpha_1 + \beta_1 P + \delta_1 Y$

$$= \alpha_1 + \beta_1 \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\beta_2 - \beta_1} + \frac{\delta_1}{\beta_2 - \beta_1} Y - \frac{\delta_2}{\beta_2 - \beta_1} R \right) + \delta_1 Y$$

$$= \frac{\alpha_1\beta_2 - \alpha_1\beta_1 + \alpha_1\beta_1 - \alpha_2\beta_1 + \delta_1\beta_1 Y - \delta_2\beta_2 R + \delta_1\beta_2 Y - \delta_1\beta_1 Y}{\delta - \beta}$$

$$= \frac{\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1 - \delta_2\beta_2 R + \delta_1\beta_2 Y}{\beta_2 - \beta_1}$$

$$Q = \frac{\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1}{\beta_2 - \beta_1} + \frac{\delta_1\beta_2}{\beta_2 - \beta_1} Y - \frac{\delta_2\beta_2}{\beta_2 - \beta_1} R \qquad \text{(denge miktarı)}$$

$P = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\beta_2 - \beta_1} + \frac{\delta_1}{\beta_2 - \beta_1} Y - \frac{\delta_2}{\beta_2 - \beta_1} R$ ve $Q = \frac{\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1}{\beta_2 - \beta_1} + \frac{\delta_1\beta_2}{\beta_2 - \beta_1} Y - \frac{\delta_2\beta_2}{\beta_2 - \beta_1} R$ daraltılmış biçim denklemleridir.

1.3. Yapısal Biçim ve Daraltılmış Biçimin Özellikleri ve Kıyaslaması

1.3.1.Yapısal Biçim

- Ele alınan konu içindeki bütün ilişkileri ayrıntılı olarak gösteren denklemler sistemidir.
- İktisadi ilişkileri tam olarak ortaya koyduğu için yapısal analizlerde kullanılmaktadır.
- Denklem sayısı, içsel değişken sayısına eşittir.
- Her yapısal denklemin fonksiyonel şekli açık olarak belirlenmiştir.
- Dışsal değişkenler kümesini oluşturan değişkenlerin modele nasıl alındıkları açık bir şekilde belirlenmiştir.
- Yapısal denklemler kümesinin bir denkleminin denge koşulunu da içermesi durumunda modele denge modeli denilmektedir.

1.3.2.Daraltılmış Biçim

- Yapısal biçimden matematiksel işlemlerle çıkarılan yeni bir biçimdir.
- Bu biçimde değişkenler iki gruba ayrılmış ve ilişkiler bu biçimdeki denklemlerle ortaya konulmuştur.
- Parametrelerin bulunması ve geleceğe yönelik tahmin için daha elverişlidir.

- Daraltılmış biçim parametreleri yapısal biçim parametrelerinin dolaylı bir fonksiyonudur.
- Daraltılmış biçim denklem sisteminde her denklemde yalnız bir bağımlı değişken vardır. Bu değişkenler ya cari dönem bağımsız değişkenlerle veya değeri önceden belirlenmiş ve cari dönem için bağımsız kabul edilebilecek bağımlı değişkenlerle ifade edilmiştir (P_{t-1}, Y_{t-1} gibi).

Örnek: Aşağıdaki makro gelir ve tüketim denklemlerini daraltılmış biçim haline getirelim.

$$\left.\begin{array}{l} Y = C + I + G \\ C = \alpha + \beta Y \end{array}\right\} \text{Yapısal biçim}$$

Y ve C: içsel değişkenler,
I ve G: dışsal değişkenler

Burada Y: gelir, C: tüketim: I: yatırım harcamaları, G: hükümet harcamaları

$$Y = \alpha + \beta Y + I + G$$

$$Y - \beta Y = \alpha + I + G$$

$$Y = \frac{\alpha + I + G}{1-\beta}$$

$$Y = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{1}{1-\beta} I + \frac{1}{1-\beta} G \quad \text{(denge gelir düzeyi)}$$

Denge tüketim düzeyini bulmak için,

$$C = \alpha + \beta Y$$

$$= \alpha + \beta\left(\frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{1}{1-\beta} I + \frac{1}{1-\beta} G\right)$$

$$= \frac{\alpha - \beta\alpha + \beta\alpha + \beta I + \beta G}{1-\beta}$$

$$= \frac{\alpha + \beta I + \beta G}{1-\beta}$$

$$C = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\beta}{1-\beta} I + \frac{\beta}{1-\beta} G \quad \text{(denge tüketim düzeyi)}$$

$Y = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{1}{1-\beta} I + \frac{1}{1-\beta} G$ ve $C = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\beta}{1-\beta} I + \frac{\beta}{1-\beta} G$ daraltılmış biçim denklemleridir.

1/1-β'ya iktisadi olarak çarpan katsayısı da denilir.

<u>Daraltılmış biçim şöyle de yazılabilir:</u>

$$\underbrace{\begin{bmatrix} C \\ Y \end{bmatrix}}_{\substack{\text{bağımlı} \\ \text{değişkenler} \\ \text{vektörü}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha/1-\beta & 1/1-\beta & 1/1-\beta \\ \alpha/1-\beta & \beta/1-\beta & \beta/1-\beta \end{bmatrix}}_{\substack{\text{parametreler} \\ \text{matrisi}}} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ I \\ G \end{bmatrix}}_{\substack{\text{bağımsız} \\ \text{değişkenler} \\ \text{vektörü}}}$$

<u>Daraltılmış biçim şöyle de gösterilebilir:</u>

$$C = \delta_0 + \delta_1 I + \delta_1 G$$

$$Y = \delta_0 + \delta_2 I + \delta_2 G$$

Burada,

$$\delta_0 = \frac{\alpha}{1-\beta},\ \delta_1 = \frac{1}{1-\beta} \text{ ve } \delta_2 = \frac{\beta}{1-\beta}$$

KAYNAKÇA

- Prof. Dr. Ahmet Gökçen, basılmamış ders notları
- Gujarati Damador (Çevirenler: Ümit Şenesen, Gülay Günlük Şenesen), Temel Ekonometri, Literatür Yayıncılık, İstanbul, 1999.
- Güriş Selahattin & Çağlayan Ebru, Ekonometri Temel Kavramlar, Der Yayınları, İstanbul, 2010.

7. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste daraltılmış biçim katsayılarından oluşan bağlılık matrisi konu alınmıştır. Yapılan çeşitli örneklerle, bağlılık matrisi kavranmaya çalışılacaktır.

1. BAĞLILIK MATRİSİ

Birden fazla içsel ve birden fazla dışsal değişkenin bulunduğu eşanlı denklemler sisteminde bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkenler üzerindeki etki derecesini toplu olarak gösteren matrise bağlılık matrisi denilmektedir. Daraltılmış biçim katsayılarından oluşmaktadır.

Dört bakımdan önemlidir:

1. Değişkenleri ve parametreleri ayrı ayrı göstermektedir. böylece değişkenler arasındaki ilişkiler parametreler aracılığı ile görülmüş olur.
2. Değişkenleri bağımlı ve bağımsız değişken olarak ifade etmektedir.
3. Parametreleri açıkça gösterdiği için değişkenler arasındaki ilişkiler daha kolay görülmektedir.
4. Bağımlı değişkenlerin hangi sebeplerle değiştiği kolayca görülmektedir. bunlar ya bağımsız değişkenlerin ya da parametrelerin değişmesi ile değişmektedir.

<u>Örnek:</u> Aşağıdaki makro gelir ve tüketim denklemlerini daraltılmış biçim haline getirmiştik. Bağlılık matrisini oluşturunuz.

$$\left.\begin{aligned} &Y = C + I + G \\ &C = \alpha + \beta Y \\ &I = \bar{I} \\ &G = \bar{G} \end{aligned}\right\} \text{ yapısal biçim}$$

Y ve C: içsel değişkenler,
I ve G: dışsal değişkenler

$$\left.\begin{aligned} Y &= \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{1}{1-\beta}\bar{I} + \frac{1}{1-\beta}\bar{G} \\ C &= \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\beta}{1-\beta}\bar{I} + \frac{\beta}{1-\beta}\bar{G} \end{aligned}\right\} \text{ daraltılmış biçim}$$

Gelir ve tüketim denklemlerinde α, I ve G'nin Y ve C üzerindeki etki derecesi kısmi türev yardımıyla gösterilebilmektedir.

Gelir denkleminde,

$$Y = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{1}{1-\beta} I + \frac{1}{1-\beta} G$$

kısmi türevler,

- $\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = \frac{1}{1-\beta}$
- $\frac{\partial Y}{\partial I} = \frac{1}{1-\beta}$
- $\frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{1}{1-\beta}$

Buna göre, α; I ve G'deki otonom değişmelerin Y'ye tesiri 1/1-β ile çarpılarak büyüyen bir etkiye sahip olacaktır. Keynes'in çarpan katsayısıdır: β=ΔY/ΔC). Ayrıca, I ve G'deki değişmelerin Y üzerindeki etkisi de, 1/1-β'dır.

Tüketim denkleminde,

$$C = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\beta}{1-\beta} I + \frac{\beta}{1-\beta} G$$

kısmi türevler,

- $\frac{\partial C}{\partial \alpha} = \frac{1}{1-\beta}$
- $\frac{\partial C}{\partial I} = \frac{\beta}{1-\beta}$
- $\frac{\partial C}{\partial G} = \frac{\beta}{1-\beta}$

Buna göre, α'daki değişmelerin C'ye etkisi 1/1-β; I ve G'deki değişmelerin C üzerindeki etkisi de, β/1-β'dır.

Etkilerin bir arada gösterimi:

	α	I	G
Y	1/1-β	1/1-β	1/1-β
C	1/1-β	β/1-β	β/1-β

Bu, bağlılık matrisidir. Görüldüğü gibi, daraltılmış biçim katsayılarından oluşmaktadır.

Örnek: Aşağıdaki yapısal biçim piyasa denge modelini daraltılmış biçim haline getirmiştik. Bağlılık matrisini oluşturalım.

$$\left.\begin{aligned} D &= \alpha + \beta P \\ S &= \lambda + \delta P \\ D &= S \end{aligned}\right\} \quad \text{yapısal biçim} \qquad \text{D, S ve P: içsel değişkenler}$$

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{\alpha-\lambda}{\delta-\beta} \\ Q &= \frac{\alpha\delta-\beta\lambda}{\delta-\beta} \end{aligned}\right\} \quad \text{daraltılmış biçim}$$

Fiyat denkleminde,

$$P = \frac{\alpha-\lambda}{\delta-\beta}$$

Kısmi türevler,

- $\dfrac{\partial P}{\partial \alpha} = \dfrac{1}{\delta-\beta}$
- $\dfrac{\partial P}{\partial \lambda} = -\dfrac{1}{\delta-\beta}$
- $\dfrac{\partial P}{\partial \delta} = -\dfrac{\alpha-\lambda}{(\delta-\beta)^2}$
- $\dfrac{\partial P}{\partial \beta} = \dfrac{\alpha-\lambda}{(\delta-\beta)^2}$

Miktar denkleminde,

$$Q = \frac{\alpha\delta - \beta\lambda}{\delta - \beta}$$

Kısmi türevler,

- $\frac{\partial P}{\partial \alpha} = \frac{\delta}{\delta - \beta}$
- $\frac{\partial P}{\partial \lambda} = -\frac{\beta}{\delta - \beta}$
- $\frac{\partial P}{\partial \delta} = -\frac{\beta(\alpha - \lambda)}{(\delta - \beta)^2}$
- $\frac{\partial P}{\partial \beta} = \frac{\delta(\alpha - \lambda)}{(\delta - \beta)^2}$
-

Bağlılık matrisi

	α	**β**	**λ**	**δ**
P	$\frac{1}{\delta - \beta}$	$\frac{\alpha - \lambda}{(\delta - \beta)^2}$	$-\frac{1}{\delta - \beta}$	$-\frac{\alpha - \lambda}{(\delta - \beta)^2}$
Q	$\frac{\delta}{\delta - \beta}$	$\frac{\delta(\alpha - \lambda)}{(\delta - \beta)^2}$	$-\frac{\beta}{\delta - \beta}$	$-\frac{\beta}{\delta - \beta}$

Bu bağlılık matrisi, denge değerlerinin nasıl değiştiğini göstermektedir. $\delta - \beta$ yani eğimler arasındaki fark ne kadar az olursa, denge değerleri arasındaki değişmeler de o kadar az olmaktadır. $\delta - \beta$ farkı, modelin istikrarı hakkında bilgi vermektedir.

Örnek: Aşağıdaki yapısal biçim piyasa denge modelini daraltılmış biçim haline getirmiştik. Bağlılık matrisini oluşturalım.

$$\left.\begin{array}{l} D = \alpha_1 + \beta_1 P + \delta_1 Y \\ S = \alpha_2 + \beta_2 P + \delta_2 R \\ D = S \end{array}\right\} \text{ yapısal biçim}$$

D, S ve P: içsel değişkenler

Y ve R: dışsal değişkenler

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\beta_2 - \beta_1} + \frac{\delta_1}{\beta_2 - \beta_1} Y - \frac{\delta_2}{\beta_2 - \beta_1} R \\ Q &= \frac{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1}{\beta_2 - \beta_1} + \frac{\delta_1 \beta_2}{\beta_2 - \beta_1} Y - \frac{\delta_2 \beta_2}{\beta_2 - \beta_1} R \end{aligned}\right\} \text{daraltılmış biçim}$$

Fiyat denkleminde,

$$P = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\beta_2 - \beta_1} + \frac{\delta_1}{\beta_2 - \beta_1} Y - \frac{\delta_2}{\beta_2 - \beta_1} R$$

Kısmi türevler,

- $\dfrac{\partial P}{\partial Y} = \dfrac{\delta_1}{\beta_2 - \beta_1}$
- $\dfrac{\partial P}{\partial R} = -\dfrac{\delta_2}{\beta_2 - \beta_1}$

Miktar denkleminde,

$$Q = \frac{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1}{\beta_2 - \beta_1} + \frac{\delta_1 \beta_2}{\beta_2 - \beta_1} Y - \frac{\delta_2 \beta_2}{\beta_2 - \beta_1} R$$

Kısmi türevler,

- $\dfrac{\partial P}{\partial Y} = \dfrac{\delta_1 \beta_2}{\beta_2 - \beta_1}$
- $\dfrac{\partial P}{\partial R} = -\dfrac{\delta_2 \beta_2}{\beta_2 - \beta_1}$

Bağlılık matrisi

	Y	**R**
P	$\dfrac{\delta_1}{\beta_2 - \beta_1}$	$-\dfrac{\delta_2}{\beta_2 - \beta_1}$
Q	$\dfrac{\delta_1 \beta_2}{\beta_2 - \beta_1}$	$-\dfrac{\delta_2 \beta_2}{\beta_2 - \beta_1}$

Örnek: Aşağıdaki makro gelir ve tüketim denklemlerini daraltılmış biçim haline getirip bağlılık matrisini oluşturalım.

$$\left.\begin{aligned} Y &= C + I \\ C &= \alpha + \beta Y \end{aligned}\right\}\text{yapısal biçim}$$

Y ve C: içsel değişkenler,

I ve G: dışsal değişkenler

- $Y = \alpha + \beta Y + I$
- $Y - \beta Y = \alpha + I$
- $Y = \dfrac{\alpha + I}{1-\beta}$
- $Y = \dfrac{\alpha}{1-\beta} + \dfrac{1}{1-\beta} I$ (denge gelir düzeyi)

Denge tüketim düzeyini bulmak için,

$C = \alpha + \beta Y$

- $= \alpha + \beta\left(\dfrac{\alpha}{1-\beta} + \dfrac{1}{1-\beta} I\right)$
- $= \dfrac{\alpha - \beta\alpha + \beta\alpha + \beta I}{1-\beta}$
- $= \dfrac{\alpha + \beta I}{1-\beta}$
- $C = \dfrac{\alpha}{1-\beta} + \dfrac{\beta}{1-\beta} I$ (denge tüketim düzeyi)
- $Y = \dfrac{\alpha}{1-\beta} + \dfrac{1}{1-\beta} I$
  $C = \dfrac{\alpha}{1-\beta} + \dfrac{\beta}{1-\beta} I$ daraltılmış biçim

Gelir denkleminde,

$$Y = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{1}{1-\beta} I$$

kısmi türevler,

- $\dfrac{\partial Y}{\partial \alpha} = \dfrac{1}{1-\beta}$
- $\dfrac{\partial Y}{\partial I} = \dfrac{1}{1-\beta}$

Tüketim denkleminde,

$$C = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\beta}{1-\beta} I$$

kısmi türevler,

- $\dfrac{\partial C}{\partial \alpha} = \dfrac{1}{1-\beta}$
- $\dfrac{\partial C}{\partial I} = \dfrac{\beta}{1-\beta}$

Bağlılık matrisi:

	α	**I**
Y	1/1-β	1/1-β
C	1/1-β	β/1-β

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Y \\ C \end{bmatrix}}_{\substack{\text{bağımlı} \\ \text{değişkenler} \\ \text{vektörü}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1/1-\beta & 1/1-\beta \\ 1/1-\beta & \beta/1-\beta \end{bmatrix}}_{\substack{\text{parametreler} \\ \text{matrisi}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha \\ I \end{bmatrix}}_{\substack{\text{bağımsız} \\ \text{değişkenler} \\ \text{vektörü}}}$$

$Y_t = \text{Л}\ X_t \quad Y_t = \begin{bmatrix} Y \\ C \end{bmatrix}$ bağımlı değişkenler vektörü

$\Pi = \begin{bmatrix} 1/1-\beta & 1/1-\beta \\ 1/1-\beta & \beta/1-\beta \end{bmatrix}$ katsayılar matrisi

$X_t = \begin{bmatrix} \alpha \\ I \end{bmatrix}$ bağımsız değişkenler vektörü

KAYNAKÇA

- Prof. Dr. Ahmet Gökçen, basılmamış ders notları

8. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste, kantitatif iktisat politikası nedir, diğer modellerden farklılıkları nelerdir gibi konular üzerinde durulmaktadır. Ayrıca, kantitatif politika modelleri nasıl kurulur ve değişkenleri nelerdir konuları da ayrıntılı olarak tartışılmaktadır.

1. KANTİTATİF İKTİSAT POLİTİKASI MODELLERİ

1.1.Kantitatif İktisat

İktisadi değişkenler arasındaki bağlantıyı araştırmakta ve özelliklerini ortaya koymaktadır. Değişkenleri tanımlamakta ve sebep-sonuç ilişkilerini ortaya koymaktadır. Kantitatif araştırmanın aşamaları takip edilerek kurulan bir modelde parametreler rakamla ifade edilmiştir. Buna rağmen, modele tam bir iktisat politikası modeli halini almamıştır. Kantitatif iktisatta aletler önceden bellidir ve bunlar hedeleri belirlemektedir.

1.2.İktisat Politikası

İki önemli iktisadi değişkeni vardır: hedef ve alet. Önceden belirlenmiş hedeflere sahiptir ve bu hedeflere varmak için hangi aletleri ne oranda kullanacağını araştırır. Hedefler aletleri tayin etmektedir.

1.3.Kantitatif İktisat Politikası

Hedefler ile altler arasındaki ilişkileri modelleyip çözümünü sağlayacak şekilde izah eden bir bilim dalıdır. Kantitatif iktisat politikası teorisi hedef-alet ilişkilerini,

- Matematiksel bir modelle ele alır.
- Etkileyici ve etkilenen unsurları iki ayrı değişken grubu olarak ele alır.
- Hedef ve aletler ölçülebilir değerler olarak modelde yer alır.
- Değişkenler arasında ilişki kuran ana yapı, denklemler ve denklemler sistemi olarak ifade edilir.
- Matematiksel ve istatistiksel yöntemler kullanır.
- Ekonometrik modellerden yararlanır.

Kantitatif politika modellerinde bir hedef veya birden fazla alternatif hedef bulunmaktadır. Bu hedefler ya makro ekonomik nitelikte (milli gelir, istihdam hacmi vs.) ya da daha ayrıntılı bir nitelikte (sektörler itibariyle üretim hacmi gibi) olurlar. Matematiksel modellerdeki hedefler "bağlı" niteliktedir. Dolayısıyla matematiksel modellerdeki hedefler, iktisat politikası yapıcıları tarafında değil bağımsız değişkenler tarafından yani model içinde tayin edilmektedir.

Aşağıdaki matematiksel model ele alındığında;

AX = Y

burada,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$: teknik kaysayılar matrisi

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix}$$: bağımsız (eksojen) değişkenler vektörü

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ y_n \end{bmatrix}$$: bağımlı (endojen) değişkenler vektörü

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ y_n \end{bmatrix}$$

X vektörü ve A matrisi, Y vektörünü (hedefleri) belirlemektedir. Yani hedef, politika yapıcıları tarafından değil bağımsız değişkenler tarafından tayin edilir. Halbuki politika modellerinde, "hedefler" politika yapıcıları tarafından önceden tayin edilirler. Politika modelinde, bağlı değişkenlere (hedeflere) önceden değerler verip onlara ulaşmak için bağımsız değişkenlerin ne gibi değerler alması gerektiği araştırılmaktadır.

O halde politika modellerine ulaşmak için matematiksel modelde yer alan bağımlı ve bağımsız değişkenler yer değiştirmelidir.

AX = Y matematiksel modelinde X bağımlı Y bağımsız değişkenler vektörü haline getirilmelidir. Çünkü Y (hedefler) tayin edilmesi gereken değişkenlerdir. Bu nedenle yapılan dönüşümle,

- $A^{-1}AX = A^{-1}Y$
- $I\,X = A^{-1}Y$
- $X = A^{-1}Y$

politika modeli haline gelmektedir. Bu şekilde plan yapıcılarının varmak istedikleri hedefler, planlama probleminin çözümü ile bulunabilir. Y vektörü ile belirtilen hedeflere varmak için örneğin her maldan ne miktarda üretilmesi gerektiği yani X vektörü bulunmaktadır.

1.4.Modellerin Kıyaslaması

1.4.1.Matematiksel Modellerde Kıyaslama

Denklemlerdeki bilinmeyen sayısı, bağımlı ve bağımsız değişkenler ve katsayılar matrisinin (A) determinantının rankı ve dolayısıyla sistemin çözülüp çözülemeyeceği önemlidir.

1.4.2.Ekonometrik Modellerde Kıyaslama

Parametre tahminine hizmet edilir. Matematik ve istatistiğin yardımıyla kurulan matematiksel modelin özelliğine ve kullanılan istatistiksel metodlara göre bağlantı katsayılarına ait tahminleri verir. Amaç, parametrelerin modele uyan tahminini yapmaktır. Tahminden sonra, sonuçların doğruluğunu araştırmak için çeşitli testler yapılmaktadır.

1.4.3.Kantitatif Politika Modellerinde Kıyaslama

Ekonometrik modellerden biraz daha fazla bilgi elde edilmelidir. Değişkenlerin aktif-pasif oluşu, iktisat politikalarının hedefe varıp varmamaları yönünden önemlidir. Bir politika modelinde, hedeflere ulaşmayı sağlayan aletler pasif olmalıdır. Politika modellerinde bağımlı ve bağımsız değişkenler zamanla yer değiştirmektedirler.

1.5.Kantitatif Politika Modellerinde Değişkenler

Kantitatif politika modellerinde başlıca iki tür değişken (alet ve hedef) bulunmasına rağmen, tüm değişkenler dört grupta incelenirler.

1. Alet değişkenler
2. Hedef değişkenler
3. Veri değişkenler
4. Yan tesirler

<u>Hedef değişkenler:</u> İktisat politikası yapıcılarının varmak istedikleri “kantitatif” hedeflerdir. Bu hedefler iktisadi hedeflerdir ve kantitatif olarak ifade edilmişlerdir. Milli gelir seviyesi, ithalat, ihracat, istihdam, ücretler gibi.

<u>Alet değişkenler:</u> Hedeflere varmak için politika yapıcılarının kullandıkları ve kontrol edebildikleri değişkenlerdir. Kamu harcamaları, kurumlar vergileri gibi.

<u>Veri değişkenler:</u> Hedeflere etki eden fakat politika yapıcılarının kontrol edemedikleri değişkenlerdir. Politika yapıcıları ve yöneticileri için pasif değişkenlerdir, etkileri vardır fakat kontrol edilemezler.

<u>Yan tesirler:</u> Alet değişkenlerle verilerin modelin katsayılarına göre yarattıkları sonuçların bir kısmıdır. Sonuçlar ya hedeflerdir ya da yan tesirlerdir. Örneğin romatizmayı tedavi eden (hedef) bir ilacın mideye dokunması (yan tesir) gibi. Örneğin, kalkınma hızını arttırırmak (hedef) için kullanılan alt ve verilerin istihdamı azaltması (yan tesir) gibi. Dolayısıyla, hedeflenmemiş yan tesirler, ya istenmeyen sonuçlar doğrulabilirler ya da hedefe ulaşmak için yardımcı rol oynayabilirler.

Özet olarak, politika modellerinde yer alan bağımsız değişkenler iki gruba ayrılmaktadır:

- Değeri önceden tayin edilebilen aktif değişkenler (aletler)
- Değeri önceden tayin edilemeyen veri olarak kabul edilmesi gereken pasif değişkenler (veriler)

Bağımsız değişkenler vektörünü şöyle gösterebiliriz:

$$\delta = \left[\begin{array}{c} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ w_k \\ \hdashline v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ v_p \end{array}\right] \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \text{Aletler (aktif, kontrol edilebilirler)} \\ \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \text{Veriler (pasif, kontrol edilemezler)} \end{array}$$

k > p olmalıdır, aksi halde hedeflere varılamaz.

Aynı şekilde, politika modellerinde yer alan bağımlı değişkenler de iki gruba ayrılmaktadır:

- Değeri önceden belirlenmiş değişkenler (hedefler)
- Değeri önceden belirlenemeyen modelin çözümü sonrasında ortaya çıkan değişkenler (yan tesirler)

Bağımlı değişkenler vektörünü şöyle gösterebiliriz:

$$\beta = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ x_n \\ \hdashline y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ y_m \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{Hedefler (önceden belirlenmiş)} \\ \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{Yan tesirler (önceden bilinmezler)} \end{matrix}$$

Genel olarak model, matris formunda şöyle gösterilebilir:

$A\delta = B\beta$

δ: bağımsız, β bağımlı değişkenler vektörüdür. A: bağımsız, B: bağımlı değişkenlere ait katsayı matrisidir. Şöyle de gösterilebilir:

$$\delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ . \\ . \\ \delta_k \\ \hdashline \delta_{k+1} \\ \delta_{k+2} \\ . \\ . \\ \delta_{k+p} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \delta_1\text{: k sayıda aletler} \\ \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \delta_2\text{: p sayıda veriler} \end{matrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ . \\ . \\ \beta_n \\ \hdashline \beta_{n+1} \\ \beta_{n+2} \\ . \\ . \\ \beta_{n+m} \end{bmatrix} \begin{matrix} \left.\vphantom{\begin{matrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ . \\ . \\ \beta_n \end{matrix}}\right\} \beta_1\text{: n sayıda hedefler} \\ \left.\vphantom{\begin{matrix} \beta_{n+1} \\ \beta_{n+2} \\ . \\ . \\ \beta_{n+m} \end{matrix}}\right\} \beta_2\text{: m sayıda yan tesirler} \end{matrix}$$

Şöyle özetlenebilir:

$$A\delta = B\beta$$

$$A\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} = B\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \qquad \text{-----} \qquad \text{-----}$$

KAYNAKÇA

- Prof. Dr. Ahmet Gökçen, basılmamış ders notları

9. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste, kantitatif iktisat politikası modelinin tutarlılık çözümlemesi üzerinde durulmaktadır, üç aşamalı çözüm yöntemi anlatılmaktadır.

1. İKTİSAT POLİTİKASI MODELİNİN TUTARLILIĞI

İktisat politikası modelini,

Aδ = Bβ

$$A\left[\begin{array}{c}\delta_1\\ \hdashline \delta_2\end{array}\right] = B\left[\begin{array}{c}\beta_1\\ \hdashline \beta_2\end{array}\right]$$

şeklinde ifade etmiştik. Burada, δ: bağımsız değişkenler vektörü (aletler ve veriler), β: bağımlı değişkenler vektörü (hedefler ve yan tesirler), A ve B katsayılar matrisiydi.

Kantitatif iktisat politikası modelinin tutarlı olabilmesi için yani çözülebilmesi için bazı şartlar gerekmektedir. Bunlar,

1. Modelde karşılıklı olarak yer alan değişkenler yani δ_1 ile β_1 ve δ_2 ile β_2 aynı boyutlu olmalıdır.
2. A ve B matrislerinin bölünüşü de bu karşılıklı ilişkiye uygun olmalıdır.

Şimdi bunları açıklayalım. Aδ = Bβ modelinde A ve B matrislerini ve δ ve β vektörlerini örnek olarak 5 değişkenle açık olarak gösterelim.

$$A = \left[\begin{array}{cc|ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ \hline a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{array}\right]$$

A_{11} A_{12} A_{21} A_{22}

$$B = \left[\begin{array}{cc|ccc} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} \\ \hline b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} & b_{35} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} & b_{45} \\ b_{51} & b_{52} & b_{53} & b_{54} & b_{55} \end{array}\right]$$

B_{11} B_{12} B_{21} B_{22}

$$\delta = \begin{bmatrix}\delta_1\\ \delta_2\\ \hdashline \delta_3\\ \delta_4\\ \delta_5\end{bmatrix} \begin{matrix}\left.\vphantom{\begin{matrix}a\\a\end{matrix}}\right\}\delta_1\text{: aletler}\\ \left.\vphantom{\begin{matrix}a\\a\\a\end{matrix}}\right\}\delta_2\text{: veriler}\end{matrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ \hdashline \beta_3\\ \beta_4\\ \beta_5\end{bmatrix} \begin{matrix}\left.\vphantom{\begin{matrix}a\\a\end{matrix}}\right\}\beta_1\text{: hedefler}\\ \left.\vphantom{\begin{matrix}a\\a\\a\end{matrix}}\right\}\beta_2\text{: yan tesirler}\end{matrix}$$

Alt matrisler ve boyutları:

- A_{11}: 2×2 B_{11}: 2×2
- A_{12}: 2×3 B_{12}: 2×3
- A_{21}: 3×2 B_{21}: 3×2
- A_{22}: 3×3 A_{22}: 3×3

Alt vektörler ve boyutları:

- δ_1: 2×1 β_1: 2×1
- δ_1: 3×1 β_2: 3×1

Böylece,

$$A\delta = B\beta$$

$$\left[\begin{array}{c:c} A_{11} & A_{12} \\ \hdashline A_{21} & A_{22} \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} \delta_1 \\ \hdashline \delta_2 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c:c} B_{11} & B_{12} \\ \hdashline B_{21} & B_{22} \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} \beta_1 \\ \hdashline \beta_2 \end{array}\right]$$

Görüldüğü gibi, matris ve vektörlerin satır ve sütun sayıları yani boyutları çarpma işlemi için uygundur.

$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \text{----} \\ \delta_2 \end{bmatrix}$ vektörü 5 bağımsız değişkenin 2 üstte δ_1 içinde alet ve 3 altta δ_2 içinde veri olmak üzere bölünmüş şeklini vermektedir.

$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \text{----} \\ \beta_2 \end{bmatrix}$ vektörü 5 bağımlı değişkenin 2 üstte β_1 içinde hedef ve 3 altta β_2 içinde yan tesir olmak üzere bölünmüş şeklini vermektedir.

Kantitatif iktisat politikası için önemli olan eldeki verilere ve aletlere göre hangi hedeflere ulaşılacağını bulmak değil [$\beta = B^{-1}A\delta$]; hedefleri önceden tespit edip sonra bunlara ulaşmak için hangi aletleri nasıl kullanmamız gerektiğini tayin etmektir. Bunun için bağımsız değişkenler vektörü yalnız bırakılırsa;

$$\delta = A^{-1}B\beta$$

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \text{----} \\ \delta_2 \end{bmatrix} = A^{-1}B\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \text{----} \\ \beta_2 \end{bmatrix}$$

Burada, δ_1: aletler (bilinmiyor, fakat politikacılar tarafından kontrol edilebiliyor)

δ_2: veriler (biliniyor, fakat politikacılar tarafından kontrol edilemiyor)

β_1: hedefler (biliniyor)

β_2: yan yesirler (bilinmiyor)

Bu modeli çözmek için 3 AŞAMALI ÇÖZÜM kullanılmaktadır.

1. AŞAMA:

$A\delta = B\beta$ modelinde bağımsız değişkenler vektörü yalnız bırakılırsa,

$\delta = A^{-1}B\beta$

$\delta = C\beta$ [$A^{-1}B=C$ dersek]

burada C, A matrisinin tersi ile B matrisinin çarpımına eşittir ve A ve B kare matrisler olduğu için onlarla aynı boyutludur.

$$\left[\begin{array}{c:c} C_{11} & C_{12} \\ \hdashline C_{21} & C_{22} \end{array}\right]$$

şeklinde gösterilebilir.

$$\delta = C\beta$$

$$\left[\begin{array}{c} \delta_1 \\ \hdashline \delta_2 \end{array}\right] = C \left[\begin{array}{c} \beta_1 \\ \hdashline \beta_2 \end{array}\right]$$

buradan,

$$\delta_1 = C_{11}\beta_1 + C_{12}\beta_2$$

$$\delta_2 = C_{21}\beta_1 + C_{22}\beta_2$$

eşitlikleri yazılabilir. β_1 ve β_2 bilinirse, δ_1 ve δ_2 kolayca hesaplanabilir. Fakat gerçekte β_1'in (hedeflerin) değeri bilinmekte, β_2'nin (yan tesirlerin) değeri bilinmemektedir. Öte yandan, δ_1'in (aletlerin) değeri bilinmezken, δ_2'nin (verilerin) değeri önceden bilinmektedir. Görüldüğü gibi, bilinen ve bilinmeyenler aynı vektör içerisinde tanımlanmıştır ve çözüm için yeniden düzenlenmesi gerekmektedir.

2. AŞAMA:

$\delta_1 = C_{11}\beta_1 + C_{12}\beta_2$

$\delta_2 = C_{21}\beta_1 + C_{22}\beta_2$

denklemleri özel bir biçimde çözülmesi için C_{11}, C_{21} ve β_1 bilindiğinden ,

$C_{11}\beta_1 = L$

$C_{21}\beta_1 = R$

yazabiliriz. Burada L ve R değerleri bilindiği için sabit kabul edilebilir ve bilinenleri ayır edebilmek için üzerlerine çizgi koyup denklemleri yeniden düzenlersek,

$$\delta_1 = \overline{L} + C_{12}\beta_2$$

$$\overline{\delta}_2 = \overline{R} + C_{22}\beta_2$$

3. AŞAMA:

Bilinmeyen sadece δ_1 ve β_2 kaldı.

- denklemde, $\delta_1 = \overline{L} + C_{12}\beta_2$, hem δ_1 hem de β_2 bilinmemektedir. δ_1'i bulabilmek için β_2'nin değerinin bulunması gerekmektedir.

- denklemde ise, $\overline{\delta}_2 = \overline{R} + C_{22}\beta_2$, sadece β_2 bilinmemektedir. Bilinen ve bilinmeyenler eşitliğin sağ ve sol taraflarına toplanırsa,

$$\overline{\delta}_2 - \overline{R} = C_{22}\beta_2$$

elde edilir. Bu eşitlikte, $\overline{\delta}_2$ ve $\overline{R}$ bilindiğinden farkları da $\left(\overline{\delta}_2 - \overline{R}\right)$ bilinecektir. Denklemi β_2 için çözersek,

$$\beta_2 = C_{22}^{-1}\left(\overline{\delta}_2 - \overline{R}\right)$$

sonucu elde edilir. Daha sonra bulunan β_2, 1. denklemde yerine konulur ve δ_1'nin değeri bulunabilir;

$$\delta_1 = \overline{L} + C_{12}\beta_2$$

$$\delta_1 = \overline{L} + C_{12}C_{22}^{-1}\left(\overline{\delta}_2 - \overline{R}\right)$$

C_{12} ve C_{22}^{-1} çarpılabilir özellikte ise, δ_1'in çözümü bulunabilir.

KAYNAKÇA

- Prof. Dr. Ahmet Gökçen, basılmamış ders notları

10. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste iktisat politikası modelinin toplu olarak gösterilmesi ve çözüm aşamaları üzerinde durulmakta, çözüm yapılabilmesi için bağımsızlık ve kısmi bağımsızlık şartları anlatılmıştır. Ayrıca Jacobi teoremi ve sabit ve değişken hedeflere sahip modellerin tanımları ve farkları belirtilmiştir.

1. İKTİSAT POLİTİKASI MODELİNİN TOPLU OLARAK GÖSTERİLMESİ

$\delta = A^{-1}B\beta$ iktisat politikası modelinde δ bağımsız ve β bağımlı değişkenler vektörlerini göstermekteydi. $A^{-1}B = C$ matrisi ise, hedeflerle aletler arasında bağlantı kurar, aletlerin hedefler üzerindeki etki derecelerini belirleyecek katsayıları vermektedir. Topluca şöyle de gösterilebilir:

$$\delta = A^{-1}B\beta$$

$$
\begin{array}{ccccc}
\begin{bmatrix}\delta_1\\ \delta_2\\ .\\ .\\ \delta_m\end{bmatrix} & \xrightarrow{\text{aletler}} & \overset{A^{-1}B}{\begin{bmatrix}\text{strüktürel}\\ \text{bağlantılar}\\ \text{sistemini}\\ \text{veren}\\ \text{katsayılar}\\ \text{matrisi}\end{bmatrix}} & \xrightarrow{\text{hedefler}} & \begin{bmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ .\\ .\\ \beta_m\end{bmatrix}\\
\begin{bmatrix}\delta_{m+1}\\ \delta_{m+2}\\ .\\ .\\ \delta_n\end{bmatrix} & \xrightarrow{\text{veriler}} & & \xrightarrow{\text{yan tesirler}} & \begin{bmatrix}\beta_{m+1}\\ \beta_{m+2}\\ .\\ .\\ \beta_n\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Bu haliyle iktisat politikası modeli olarak kullanılmaya elverişli olmadığından üç aşamalı çözüm ile kullanışlı hale getirilmektedir.

Üç Aşamalı Çözüm İle,

$$
\begin{array}{ccccccc}
\begin{bmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ .\\ .\\ \beta_m\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{hedefler}} & & & & & & \xrightarrow{\text{aletler}} \begin{bmatrix}\delta_1\\ \delta_2\\ .\\ .\\ \delta_m\end{bmatrix}\\
 & \begin{bmatrix}1.\\ \text{Aşama}\end{bmatrix} & \rightarrow & \begin{bmatrix}2.\\ \text{Aşama}\end{bmatrix} & \rightarrow & \begin{bmatrix}3.\\ \text{Aşama}\end{bmatrix} & \\
\begin{bmatrix}\delta_{m+1}\\ \delta_{m+2}\\ .\\ .\\ \delta_n\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{veriler}} & & & & & & \xrightarrow{\text{yan tesirler}} \begin{bmatrix}\beta_{m+1}\\ \beta_{m+2}\\ .\\ .\\ \beta_n\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Özet olarak, 1. aşamada bilinen ve bilinmeyenler ayrılmış, 2. aşamada denklemler oluşturulmuş ve 3. aşamada çözüm yapılmıştır. Bu şemada görülen 3 aşamalı çözüm ile, değişkenler ilk modelde bağlı bulundukları gruplardan ayrılarak yer değiştirmiş, bilinen ve bilinmeyenler aynı tarafa toplanmıştır. Böylece kurulan model, iktisat politikası ve iktisadi planlama ihtiyaçlarına uyan bir nitelik kazanmıştır.

Model çözüldükten sonra, değerleri belli olan aletlerin uygulanıp uygulanamayacağı, aletlerin çözümünün gerektirdiği büyüklük ve şiddetle ortaya konulup kunulamayacağı konusu iktisat politikası yapımcılarının iktisadi ve siyasi imkanları ile sınırlıdır.

Aletlerin sosyal bakımdan tahammül edilip edilemeyeceği de önemli bir konudur. Örneğin, çözüm sonucu kamu yatırımlarının büyük ölçüde arttırılması gerektiği ortaya konuluyor ve bunun da büyük ölçüde vergi artışına yol açacağı bekleniyorsa, bu alete karşı (kamu yatırımlarının artışı) tahammülsüzlük yaratabilir.

1.1. Bağımsızlık şartları

1. K ve L matrislerinin determinantları sıfırdan farklı olmalıdır.
2. K ve L matrislerinin çarpımı birim matrise eşit ($K \times L = I$) olmalıdır.

Bu şartlar sağlanıyorsa, δ ve β vektörlerinde yer alan değişkenler kendi grupları içerisinden birbirinden tamamen bağımsız olacaklardır.

1.2. Kısmi Bağımsızlık Şartları

1. K matrisinin determinantı sıfırdan farklı, L matrisinin determinantı sıfır ise; δ vektöründeki değişkenler birbirinden bağımsız, β vektöründeki değişkenler ise birbirine bağımlıdır. β vektöründeki değişkenler arasındaki bağlılığın derecesi, L matrisinin determinantı sıfır olmayan en büyük alt matrisinin boyutuna eşittir.
2. L matrisinin determinantı sıfırdan farklı, K matrisinin determinantı sıfır ise; β vektöründeki değişkenler birbirinden bağımsız, δ vektöründeki değişkenler ise birbirine bağımlıdır. δ vektöründeki değişkenler arasındaki bağlılığın derecesini, K'nın alt matrislerinin özellikleri tayin edecektir.

1.3. Alet ve Hedef Değişkenler Arasında Yer Değiştirme Şartları

1. Yerleri değiştirilen alet ve hedef değişken sayıları eşit olmalıdır.
2. Alet ve hedef değişkenlerin katsayıları yani A ve B matrisleri kare matris olmalı ve aynı boyutta olmalıdır. Ayrıca determinantları sıfırdan farklı olmalıdır.
3. Her iki grupta yer alan değişkenler (örneğin β vektörünün içinde yer alan değişkenler) birbirinden bağımsız olmalıdır.

Genel olarak iki çözüm vardır:

I. $\delta = A^{-1}B\beta$

II. $\beta = B^{-1}A\delta$

Eğer iki yönlü de çözüm mevcutsa yani hem A^{-1} hem de B^{-1} alınabiliyorsa,bu modele "yönü değiştirilebilir" model denir. Sadece tek yönlü olarak çözülebiliyorsa yani sadece ya A^{-1} ya da B^{-1} alınabiliyorsa (δ ya da β'ya göre çözüm varsa), "yönü değiştirilemeyen model" denilmektedir. 3 durum söz konusudur:

1. A^{-1} mevcut B^{-1} yoksa, sadece $\delta = A^{-1}B\beta$'nin çözümü bulunabilir. Belli hedeflere ulaşabilmek için aletleri ne ölçüde kullanmak gerektiğini göstermektedir.
2. B^{-1} mevcut A^{-1} yoksa, sadece $\beta = B^{-1}A$'nin çözümü bulunabilir. Mevcut altlerle ne gibi sonuçlar elde edilebileceğini gösterir. Önceden tayin edilebilen hedefler için gerekli alet miktarının ne olacağını göstermez.
3. Hem A^{-1} hem de B^{-1} mevcutsa, hem $\delta = A^{-1}B\beta$'nin hem de $\beta = B^{-1}A$'nin çözümü bulunabilir.

Politika yapıcısı için tercih sırasıyla; 3, 1, 2'dir.

1.4. Jacobi Teoremi

n sayıda bağımlı değişkenin her birinin m sayıda değişkenin etkisi altında bulunduğu varsayılırsa,

$$X_1 = f_1(Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_m)$$

$$X_2 = f_2(Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_m)$$

$$X_n = f_n(Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_m)$$

Bu bağlantılar özet olarak şöyle gösterilebilir:

$X_j = f_j(Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_m) \quad (j = 1, 2, \ldots\ldots, n)$

Jacobi matrisi ile,

$$\left[\frac{\partial\left(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n\right)}{\partial\left(Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_m\right)}\right] = \left[\frac{\partial X_j}{\partial Y_i}\right] \qquad i = 1,\ldots\ldots,n;\ \ j = 1,\ldots\ldots,m \ \text{ ve } m=n$$

ve,

$$\left[\frac{\partial X_j}{\partial Y_i}\right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial Y_1} & \frac{\partial X_1}{\partial Y_2} & \cdots & \frac{\partial X_1}{\partial Y_m} \\ \frac{\partial X_2}{\partial Y_1} & \frac{\partial X_2}{\partial Y_2} & \cdots & \frac{\partial X_2}{\partial Y_m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial X_n}{\partial Y_1} & \frac{\partial X_n}{\partial Y_2} & \cdots & \frac{\partial X_n}{\partial Y_m} \end{bmatrix}$$

Kantitatif politika modelinde aletler hedefleri etkiliyordu. Hedefler belli iken, aletlerin ne olması gerektiği bulunuyordu. Jacobi teoremi ile, aletlerin hedefler ve hedeflerin aletler üzerindeki etkisi şöyle gösterilebilir:

$$K = \left[\frac{\partial \beta_i}{\partial \delta_j}\right] = \left[\frac{\partial\left(\beta_1, \beta_2, \ldots\ldots, \beta_m\right)}{\partial\left(\delta_1, \delta_2, \ldots\ldots, \delta_n\right)}\right] \qquad i = 1,\ldots\ldots,m;\ \ j = 1,\ldots\ldots,n$$

ya da,

$$K = \left[\frac{\partial \beta_i}{\partial \delta_j}\right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \beta_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial \beta_1}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial \beta_1}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial \beta_2}{\partial \delta_1} & \frac{\partial \beta_2}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial \beta_2}{\partial \delta_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial \beta_m}{\partial \delta_1} & \frac{\partial \beta_m}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial \beta_m}{\partial \delta_n} \end{bmatrix}$$

Bu, aletlerin hedefleri nasıl etkilediğini gösteren matristir.

$$L = \left[\frac{\partial \delta_j}{\partial \beta_i} \right] = \left[\frac{\partial \left(\delta_1, \delta_2, ..., \delta_n \right)}{\partial \left(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_m \right)} \right]$$

ya da, $K = \left[\frac{\partial \delta_j}{\partial \beta_i} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta_1}{\partial \beta_1} & \frac{\partial \delta_1}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial \delta_1}{\partial \beta_m} \\ \frac{\partial \delta_2}{\partial \beta_1} & \frac{\partial \delta_2}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial \delta_2}{\partial \beta_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \delta_n}{\partial \beta_1} & \frac{\partial \delta_n}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial \delta_n}{\partial \beta_m} \end{bmatrix}$

Bu ise, hedeflere varmak için aletlerin ne olması gerektiğini gösteren matristir, hedeflerin aletler üzerindeki etkisini göstermektedir.

1.5. Sabit ve Değişken Hedeflere Sahip Modeller

1) Sabit Hedefli Model (tutarlılık modeli)
2) Değişken Hedefli Model (optimizasyon modeli)

İki model arasındaki temel farklılıklar şöyledir:

1) Sabit hedefli modelde hedef sabittir ya da yoktur. Örnek: gayri safi üretimden ne kadar nihai mal elde edebileceğini gösteren model hedefsiz bir tutarlılık modelidir. Değişken hedefli modelde ise, hedeflerin yönü bilinmektedir. Maksimizasyon ya da minimizasyon buna örnektir. Önceden tayin edilen hedeflerden nereye ulaşılacağına dair kantitatif değerler, optimizasyon teknikleri kullanılarak bulunmaktadır.
2) Modellerin yapısal özellikleri farklıdır. Tutarlılık modellerinde tek bir çözüm vardır. katsayılar matrisi (I-A) kare matristir ve determinantı sıfırdan farklıdır $|I-A| \neq 0$. Optimizasyon modellerinde ise, birden fazla çözüm vardır. her çözüme uyan ayrı bir hedef değeri olduğundan, bunlardan maksimum (ya da minimum) seçilerek optimizasyon işlemi tamamlanmaktadır. Katsayılar matrisi kare matris değildir, satır ve sütun sayıları birbirinden farklıdır.
3) Sabit hedefli modellerde sadece tutarlılık araştırılır, değişken hedefli modelde ise tutarlılık yanında optimizasyon da araştırılır.

KAYNAKÇA

- Prof. Dr. Ahmet Gökçen, basılmamış ders notları

11. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste denge analizlerine giriş yapılmıştır. Statik analiz ve mukayeseli statik analiz konuları işlenmiştir. Marjinal ve değişim oranı kavramları da çeşitli örneklerle açıklanmaya çalışılmıştır.

1. DENGE ANALİZLERİ

Denge analizleri iki başlık altında incelenebilir:

- Statik analiz
- Dinamik analiz

1.1. Statik Analiz

Denge, seçilmiş ve birbiriyle ilişkili iktisadi değişkenlerin bulundukları durumu değiştirmek için kendiliğinden herhangi bir değişim iğilimi göstermeme haline denilmektedir. Üç önemli özelliği vardır:

- seçilmiş olması
- birbiriyle ilişkili olması
- kendiliğinden bir değişim eğilimi göstermemesi

Denge hali, değişim eğilimi bulunmayan bir durumu yansıtmaktadır, bu nedenle denge durumu analizine "statik analiz" denilmektedir.

- Kısmı Denge Analizi: Bir olayı etkileyen bir kısım değişkenler sabit kabul edilmektedir.
- Genel Denge Analizi: Bir olayı etkileyen tüm değişkenler sabit kabul edilmektedir.

Örnek: Kısmi Piyasa Dengesi

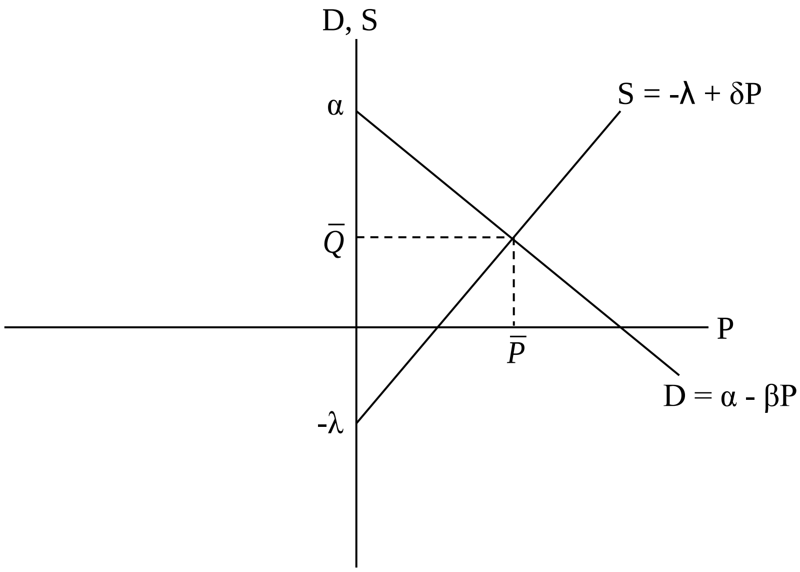
$D = \alpha + \beta P$

$S = \lambda + \delta P$

$D = S$

$\overline{P} = \frac{\alpha - \lambda}{\delta - \beta}$ (denge fiyatı)

$\overline{Q} = \frac{\alpha\delta - \beta\lambda}{\delta - \beta}$ (denge miktarı)



__Örnek:__ Aşağıdaki kısmi piyasa dengesini çözüp denge fiyatı ve denge miktarını bulunuz. (doğrusal durum)

$Q_d = 18 - 2P$

$Q_s = -6 + 6P$

$Q_d = Q_s$

Çözüm:

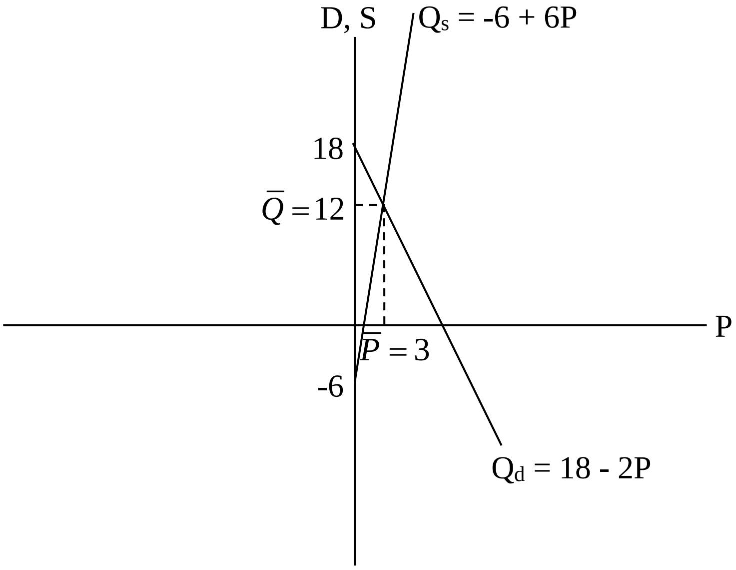
$Q_d = Q_s$

$18 - 2P = -6 + 6P$

$24 = 8P$

$\bar{P} = 3$

$$\left.\begin{array}{l} Q_d = 18 - 2P = 18 - 2(3) = 12 \\ Q_s = -6 + 6P = -6 + 6(3) = 12 \end{array}\right\} \quad \bar{Q}$$



__Örnek:__ Aşağıdaki kısmi piyasa dengesini çözüp denge fiyatı ve denge miktarını bulunuz. (doğrusal olmayan durum)

D = 4 – P^2

S = -1 + 4P

D = S

Çözüm:

D = S

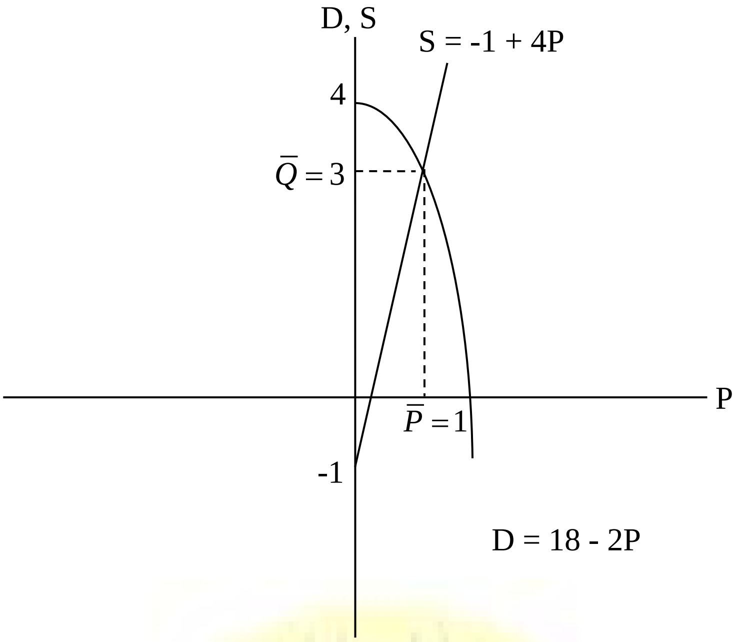
4 – P^2 = -1 + 4P

P^2 + 4P -5 = 0

$\overline{P}_1 = -5$ negatif fiyat olamaz geçersiz.

$\overline{P}_2 = 1$ denge fiyatı budur

$$\left.\begin{aligned} D &= 4 - P^2 = 4 - (1)^2 = 3 \\ S &= -1 + 4P = -1 + 4(1) = 3 \end{aligned}\right\} \overline{Q}$$



<u>*Örnek*</u>**:** Aşağıdaki kısmi piyasa dengesini çözüp denge fiyatı ve denge miktarını bulunuz. (doğrusal olmayan durum)

P = Q_d^2 + 4Q + 1

P = $-Q_s^2$ - Q + 4

Çözüm:

Q^2 + 4Q + 1 = $-Q^2$ - Q + 4

2Q^2 + 5Q -3 = 0

$\bar{Q}_1 = -3$ negatif miktar olamaz, geçersiz.

$\bar{Q}_2 = 0.5$ denge miktarı budur

$\bar{P}$ = $(0.5)^2$ + 4(0.5) + 1 = 3.25

Statik analizde bağımsız değişkenler ve parametreler belli değerler aldığı zaman bağımlı değişkenin alması zorunlu değeri bulabiliriz. Örneğin, bir piyasada bir malın talep ve arz fonksiyonları belli ise, bu piyasada dengenin sağlanması yani talebin arza eşit olması için denge fiyatının ne olması gerektiğinin araştırılması statik analizin konusudur. Örneğin, bir ekonomide tüketim, yatırım ve devlet harcamaları belli ise, toplam talebin toplam arza eşit olması için gerekli milli gelir denge seviyesinin ne olacağını bulmak statik bir milli gelir analizidir. Dolayısıyla, statik analizin temel amacı, bağımlı değişkenlerin denge değerini bulmaktır.

Günlük hayatta genelde bir malın talebi ile arzının eşit olmadığı, devlet bütçesinin açık verdiği gözlemelenebilir. Böyle durumlarda, statik analiz yetersiz kalmaktadır. Çünkü statik analiz, sadece denge durumunu belirlemekle yetinmektedir. Denge durumunun kayması yani bir denge halinden diğer bir denge haline geçiş mukayeseli statik analizin konusudur. Ya bağımsız değişkenlerde ya da parametrelerde bir değişme olabilir ve denge bozulur, yeni denge oluşur. Eski ve yeni denge mukayese edilir ve aradaki değişim görülebilir.

1.2. Mukayeseli Statik Analiz

Denge durumu bozulduğunda yeni ve eski dengenin mukayese edilmesidir.

Örnek: Üretim miktarı ile emek arasındaki ilişki, $Q = 2L$ olsun. L, ΔL kadar artarsa üretim miktarı da ΔQ kadar artar, denge bozulur. Böylece yeni denge,

$$Q + \Delta Q = 2(L + \Delta L)$$

$$Q + \Delta Q = 2L + 2\Delta L$$

İki denge durumu mukayese edilip eski ve yeni denge arasındaki fark bulunur:

$$\begin{array}{rl} & Q + \Delta Q = 2L + 2\Delta L \\ - & Q = 2L \\ \hline & \Delta Q = 2\Delta L \end{array}$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta L} = 2$$

Bu, emeğin marjinal verimliliğidir. Emek 1 birim artarsa üretim 2 birim artmaktadır.

Örnek: $D = a - bP$ talep fonksiyonunda fiyatlar ΔP kadar azalırsa, talep de ΔQ kadar artmaktadır. Böylece yeni denge oluşmaktadır;

$$D + \Delta D = a - b(P - \Delta P)$$

İki denge durumu arasındaki fark:

$$\begin{array}{rl} & D + \Delta D = a - b(P - \Delta P) \\ - & D = a - bP \\ \hline & \Delta D = b\Delta P \end{array}$$

$$\frac{\Delta D}{\Delta P} = b$$

Fiyatlar 1 birim azalırsa, talep “b” kadar artmaktadır.

Örnek: C = α + βY tüketim fonksiyonunda gelir ΔY kadar artarsa, gelir de ΔC kadar artmaktadır. Böylece yeni denge oluşmaktadır;

$$C + \Delta C = \alpha + \beta\ (Y - \Delta Y)$$

İki denge durumu arasındaki fark:

$$\begin{array}{rl} & C + \Delta C = \alpha + \beta\ (Y - \Delta Y) \\ - & C = \alpha + \beta Y \\ \hline & \Delta C = \beta\Delta Y \end{array}$$

$$\frac{\Delta C}{\Delta Y} = \beta$$

Bu, marjinal tüketim meyilidir. Gelir 1 birim arttığında tüketim β kadar artmaktadır.

Dolayısıyla mukayeseli statik analiz, bağımsız değişkende meydana gelen 1 birimlik bir değişmenin bağımlı değişkeni ne kadar değiştireceğini göstermektedir. Bu da geometrik olarak “eğim”le, matematiksel olarak ise “türev”le ölçülmektedir. Türev, iktisatta “marjinal” kavramına eşittir. “Marjinal”, bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasındaki değişim oranını göstermektedir.

Örneğin,

Marjinal masraf: üretim 1 birim arttığında toplam masraflardaki artışı gösterir.

$$\text{marjinal masraf} = \frac{\text{toplam masraflardaki değişme}}{\text{toplam üretimdeki değişme}} = \frac{\Delta TM}{\Delta Q}$$

Marjinal tüketim: milli gelir 1 birim arttığında tüketim harcamalarındaki artışı gösterir.

$$\text{marjinal tüketim}=\frac{\text{toplam tüketimdeki değişme}}{\text{toplam gelirdeki değişme}}=\frac{\Delta C}{\Delta Y}$$

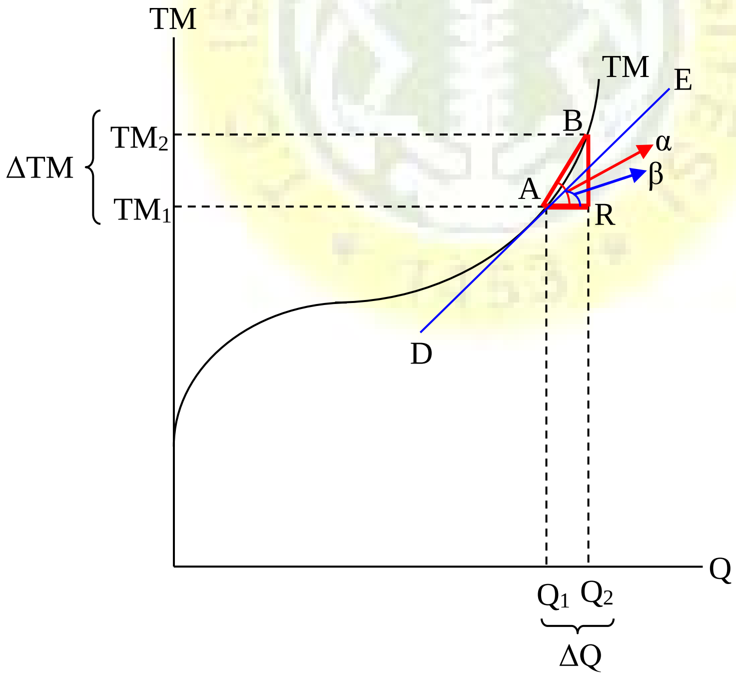
Marjinal fayda: tüketim 1 birim arttığında toplam faydada meydana gelen artışı gösterir.

$$\text{marjinal tüketim}=\frac{\text{toplam faydadaki değişme}}{\text{toplam tüketimdeki değişme}}$$

Değişim oranı: Bağımsız değişkenin iki ayrı değerine göre bulunmaktadır.

Marjinal (türev): Bağımsız değişkenin tek bir değerine göre bulunmaktadır. Böylece, marjinal değer belli bir noktada eğriye teğet olan doğrunun eğimine eşittir.

Örnek: Toplam masraf fonksiyonunu ele alalım.



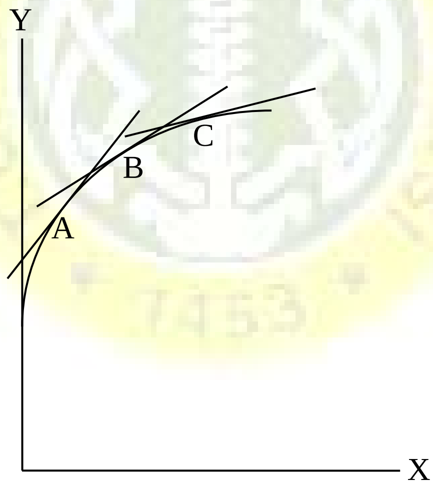
Değişim oranı iki ayrı noktaya göre ölçülür:

$$\text{değişim oranı}=\frac{\text{TM}_2\text{-TM}_1}{Q_2-Q_1}=\frac{\Delta TM}{\Delta Q}=\frac{BR}{AR}=\tan\alpha$$

Eğer ΔQ çok küçükse, yani Q_2, Q_1'e çok yakınsa değişim oranı A noktasına neğet olan DE doğrusunun eğimine eşit olmaktadır. Dolayısıyla,

$$\tan\beta = \lim_{\Delta Q \to 0} \frac{\Delta TM}{\Delta Q} = \frac{dTM}{dQ} = MM \text{ (marjinal maliyet)}$$

Dolayısıyla marjinal maliyet, toplam maliyet eğrisinin belli bir noktadaki (burada A noktası) eğimine eşittir. Herhangi bir marjinal değer, o değişkene ait değerin belli bir noktadaki eğimine eşittir. B noktasındaki marjinal değeri bulmak için ise, B noktasına teğet olan doğrunun eğimi ölçülmektedir. Dolayısıyla B noktasındaki marjinal değer, B noktasının eğimine eşittir. Fonksiyon doğrusalsa, eğim her noktada aynıdır, marjinal değere eşittir. Fonksiyon eğriselse (toplam maliyet fonksiyonu gibi), eğim her noktada farklıdır, dolayısıyla marjinal değerden farklıdır. Bir eğrinin üzerindeki herhangi bir noktadaki eğim, eğriye o noktada teğet olan doğrunun eğimine eşittir.



Eğriye B noktasından çizilen teğetin eğimi, BC'nin eğimine yaklaşıktır. C noktası, B'ye yaklaştıkça fark azalmaktadır.

$B(X_0, Y_0)$

$X_1 = X_0 + h$

$Y_1 = Y_0 + h$

C noktasından, B'ye yaklaştıkça h'ın değeri sıfıra doğru yaklaşmaktadır. Bir başka ifade ile, X_1 küçülerek X_0'a doğru yaklaşmaktadır.

B noktasına teğet olan doğrunun eğimi,

$$\lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{dY}{dX} = \lim_{h \to 0} \frac{f\left(X_0 + h\right) - f\left(X_0\right)}{h}$$

BC'nin eğimi,

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{f\left(X_0 + h\right) - f\left(X_0\right)}{\left(X_0 + h\right) - X_0} = \frac{f\left(X_0 + h\right) - f\left(X_0\right)}{h}$$

$\frac{\Delta Y}{\Delta X}$ ile $\lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{dY}{dX}$ aynı ifade değildir. ΔX sıfıra yöneldiğinde, ΔY ve ΔX ortak ölçülebilir büyüklükler olmaktan çıkacaktır. $\lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X}$, iki büyüklüğün birbirine oranı olarak düşünülemez. Eğrinin B noktasındaki "değişim oranını" "eğimini" vermektedir.

__Örnek:__ $Y = -9X^2 + 18X + 3$ eğrisinin üzerinde herhangi bir noktada teğet olan doğrunun eğimi;

$$\begin{aligned}
\lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} &= \lim_{h \to 0} \frac{f\left(X_0 + h\right) - f\left(X_0\right)}{h} = \frac{dY}{dX} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{-9\left(X + h\right)^2 + 18\left(X + h\right) + 3 - \left(-9X^2 + 18X + 3\right)}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{-9X^2 - 18Xh - 9h^2 + 18X + 18h + 3 + 9X^2 - 18X - 3}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{-9h^2 - 18Xh + 18h}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{h\left(-9h - 18X + 18\right)}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \left(-9h - 18X + 18\right) \\
&= 18X + 18
\end{aligned}$$

B(0.2, 6.2) noktasındaki eğim;

$$\begin{aligned}
\frac{dY}{dX} &= -18\left(0.2\right) + 18 \\
&= 14.4
\end{aligned}$$

KAYNAKÇA

- Prof. Dr. Ahmet Gökçen, basılmamış ders notları

12. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste dinamik analiz konusu işlenmiştir. Diferans ve diferansiyel kavramları ayrıntıları ile ve iktisadi uygulamaları ile birlikte ele alınmıştır.

1. DİNAMİK ANALİZ

Değişkenler arasındaki bağlantıyı zamandan bağımsız olarak ele alan modele "statik model" denilmektedir. Mukayeseli statik model ise, iki farklı zaman dilimindeki iki farklı denge modelini incelemektedir.

Dinamik model, iktisadi olayları zaman akımı içinde inceleyerek onun bir denge halinden diğerine nasıl geçtiğini incelemektedir. Dinamik modeller sadece değişkenlerin değerlerinde zaman içinde meydana gelen değişmeyi dikkate almakla kalmaz, aynı zamanda değişkenler arasındaki bağlantıyı da zaman dilimleri ile ifade eder. Örneğin,

- $I_t = f(Y_{t-1})$
- $I_t = f(Y_t - Y_{t-1})$
- $I_t = \alpha + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \ldots\ldots + \beta_m Y_{t-m}$

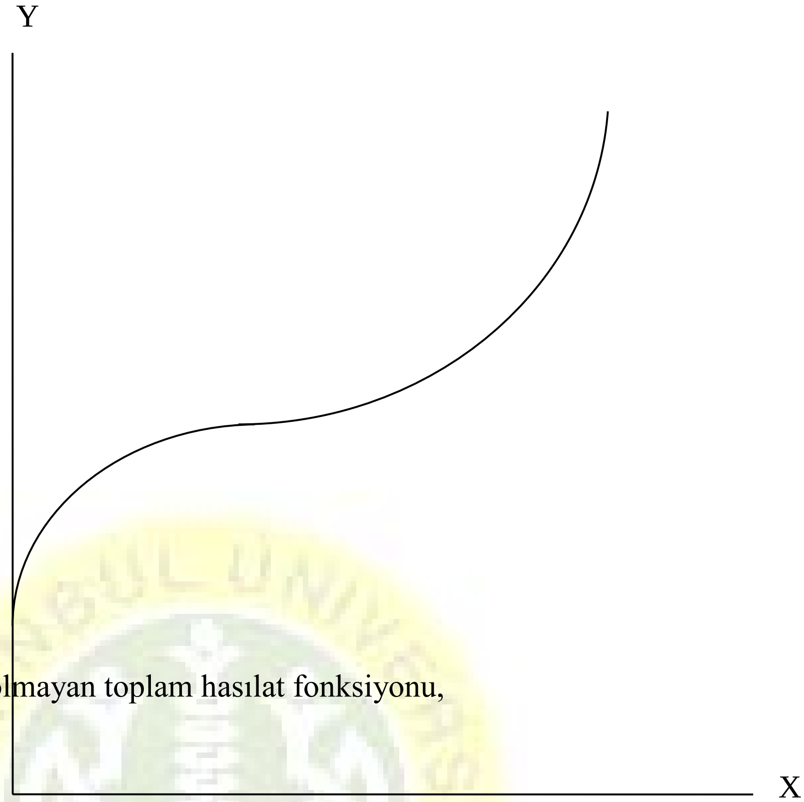
Bu yatırım fonksiyonlarında, bugünün yatırımı geçmiş dönemlerdeki gelirin birer fonksiyonudur. Bağımsız değişkenlerin zaman içindeki akımları gösterilmekte ve I ile Y arasında zamanı dikkate alan bir bağlantı kurulmaktadır.

Dinamik modelleri matematiksel olarak ifade edebilmek için zamanın model içindeki yeri ve değişkenlerin zaman içindeki değişme biçimleri üzerinde durmak gerekmektedir. Dinamik modeller matematiksel olarak iki şekilde ifade edilebilirler:

- Değişkenlerin değerlerinin devamlı değiştiği haller vardır. Değişkenler kesintisiz ve aralıksız devamlı olarak değişmektedir. Bu çeşit denklemler *diferansiyel denklemler*dir.
- Değişkenin değeri ile zaman noktası arasında belli bir bağlantı vardır. başka bir ifade ile, belli zaman noktalarında belli değerler mevcuttur. Değişkenin zaman noktalarına göre, değerleri devamlı değil kesikli ve noktalı olabilir. Bu çeşit denklemler, *diferans (fark) denklemleri* ile ifade edilirler.

1.1. Diferansiyel Denklemler

Değişkenlerin zaman içinde devamlı değiştiği durumlar (türev ve integral gibi) diferansiyel denklemlerle gösterilmektedir. Örneğin, nüfustaki değişme sürekli bir değişmedir.



Örnek: Bir firmanın doğrusal olmayan toplam hasılat fonksiyonu,

- $R = aX^2 + bX$

burada R: toplam hasılat ve X: üretim hacmidir. Hasılattaki artış ya da değişme miktarını bulmak için marjinal hasılatı bulmak gerekmektedir:

- $R' = \frac{\partial R}{\partial X} = 2aX + b$

burada toplam hasılat ve marjinal hasılat fonksiyonları doğrusal değildir. Marjinal hasılat verilmiş olsaydı, toplam hasılatı bulmak için integral almalıyız:

- $R = \int R'dX = \int (12aX + b)\, dX = aX^2 + bX + c$

burada, c X'den bağımsız integralin sabit unsurudur. Toplam hasılat modeli, diferansiyel denklemlerle ifade edilen bir modeldir, ama dinamik bir model değildir. Çünkü zaman unsuru yoktur, dinamik modelde zaman unsuru yer almaktadır.

Örnek: Büyüme modeli

Ekonominin büyümesi için diğer faktörlerin yanında sermayeye de ihtiyaç vardır. Sermaye birikimi için de yatırıma ihtiyaç vardır, yatırım da tasarrufa bağlıdır.

- $S_t = aY_t$

Burada, S_t: toplam tasarruf, Y_t: t zamanındaki milli gelir, a (=ds/dY): marjinal tasarruf meyilidir, gelirdeki 1 birim değişmenin Y üzerindeki etkisini vermektedir. Buna göre, Y'den ne kadar tasarruf edileceğini a tayin etmektedir. a büyüdükçe tasarruf artmaktadır.

Tasarruf yatırım eşitliği varsa,

- $S_t = I_t$
- $I_t = bY_t$

I_t: t zamanındaki yatırımdır, b: kapitalin marjinal katsayısı ya da marjinal kapital katsayısı ismini almaktadır, gelir 1 birim artarsa yatırımların ne kadar artacağını göstermektedir.

- $a = \dfrac{dS}{dY}$
- $b = \dfrac{dI}{dY}$
- $\dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{\dfrac{dI}{dY}} = \dfrac{dY}{dI}$

1/b kapitalin marjinal kapital katsayısının tersi ve dolayısıyla kapitalin marjinal verimliliğidir. Yatırımlar 1 birim artarsa, gelirin ne kadar artacağını göstermektedir.

t zamanında yapılan toplam yatırımınların (It) gelir artış haddi üzerindeki etkisi,

- $Y' = \dfrac{dY}{dt} = \dfrac{1}{b} I_t = \dfrac{1}{b} \underbrace{aY_t}_{S_t = I_t} = \dfrac{a}{b} Y_t$

Buna göre gelir artış oranı $\left(\dfrac{dY}{dX}\right)$, t zamanındaki gelire ($Y_t$) ve $\left(\dfrac{a}{b}\right)$ oranına yani marjinal tasarruf meyili ya da yatırımların marjinal verimliliğine bağlıdır.

- $\frac{Y'}{Y_t} = \frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} = \frac{a}{b} = a\frac{1}{b}$

Bu, diferansiyel denklemle ifade edilen büyüme oranıdır. a ne kadar büyük, 1/b oranı ne kadar kuvvetli ise, ekonomik büyüme o kadar hızlı olmaktadır.

dY/dt: zaman içinde milli gelirdeki artış oranını ifade etmektedir. Böylece, t dönemindeki milli gelirdeki değişme miktarını bulmuş oluruz. Toplam değeri bulabilmek için, buna başlangıç dönemindeki milli geliri eklememiz gerekmektedir.

Örnek:

- $S_t = 0{,}20Y_t$
- $I_t = 1{,}60\frac{dY_t}{dt}$
- $S_t = I_t$

1. denklem: t zamanındaki tasarruf t zamanındaki gelirin fonksiyonudur. Gelirin %20'si tasarruf edilmektedir.

2. denklem: t zamanındaki yatırım, aynı dönemdeki gelir artış haddinin bir fonksiyondur. Bağımsız değişken olan gelir mutlak seviyesi ile değil zaman göre türevi ile modelde yer amaktadır.

3. denklem: t zamanında tasarruf yatırım eşitliği vardır.

- $S_t = I_t$
- $0{,}20Y_t = 1{,}60\frac{dY_t}{dt}$
- $\frac{dY_t}{dt} = \frac{0{,}20}{1{,}60}Y_t$

- $\frac{dY_t}{dt} = \frac{1}{8} Y_t$

- $\frac{1}{Y_t} \frac{dY_t}{dt} = \frac{1}{8}$

Bu, ekonominin zaman içindeki büyüme hızını vermektedir. Büyüme hızı, belli bir dönemde 1/8 ya da %12,5'dur.

Örnek: Dinamik piyasa modeli

- $D_t = 200 - 20P_t$
- $S_t = 50 + 30P_t$
- $\frac{dP}{dt} = 0,20(D_t - S_t)$

1. ve 2. denklemler t zamanındaki talebin ve arzın t zamanındaki fiyatın birer fonksiyonu olduğunu göstermektedir. 3. denklem modele, dinamik karakter vermektedir. Fiyatın zaman içindeki değişme derecesi, talebin arzı aşan kısmının bir fonksiyonudur. Talep ve arzın 1. ve 2. denklemdeki değeri 3. denklemde yerine konularak çözüm yapılır.

- $\frac{dP}{dt} = 0,20(D_t - S_t)$

- $\frac{dP}{dt} = 0,20(200 - 20P_t - 50 - 30P_t)$

- $\frac{dP}{dt} = 0,20(150 - 50P_t)$

1.2. Diferans (Fark) Denklemler

Değişkenlerin değerleri devamlı olarak değil, zaman içerisinde aralıklı değiştiği durumdur. Zaman dilimlere ayrılmış ve herbir zaman diliminde değişmeler söz konusudur. Zaman periyodlarını kapsayan çok sayıda bağlantılar vardır.

Modelin kapsadığı zaman periyodları çok küçüldüğünde diferansiyel denklemlere yaklaşırlar ve devamlı değişme söz konusu olur. Örneğin, milli gelirdeki değişme aralıklı bir değişmedir. Her ay meydana gelen enflasyon oranına göre maaşlar değişirse, bu fark denklemleri ile ifade edilebilir. Periyodik olarak değişme devamlıdır.

Mukayeseli statik analize benzemektedir, fakat mukayeseli statik analizde değişme bir defaya özgüdür. Burada, değişme belli bir zaman aralığında periyodik olarak oluşmaktadır.

Örnek: Y = f(t) fonksiyonunda, fonksiyona ait değişkenlerin t+1, t+2, t+3 …… gibi aralıklarla değer alması durumunda, f(t)'ye ait birbirini takip eden birinci farklar;

- $\Delta Y_t = f(t) - f(t-1) = Y_t - Y_{t-1}$

- $\Delta Y_{t+1} = f(t+1) - f(t) = Y_{t+1} - Y_t$

- $\Delta Y_{t+2} = f(t+2) - f(t+1) = Y_{t+2} - Y_{t+1}$

- $\Delta Y_{t+3} = f(t+3) - f(t+2) = Y_{t+3} - Y_{t+2}$

İkinci farklar yani birbirini takip eden iki birinci fark arasındaki fark (farklar arasındaki fark) ise,

- $\Delta^2 Y_t = \Delta Y_t - \Delta Y_{t-1} = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2}$

- $\Delta^2 Y_{t+1} = \Delta Y_{t+1} - \Delta Y_t = (Y_{t+1} - Y_t) - (Y_t - Y_{t-1}) = Y_{t+1} - 2Y_t + Y_{t-1}$

- $\Delta^2 Y_{t+2} = \Delta Y_{t+2} - \Delta Y_{t+1} = (Y_{t+2} - Y_{t+1}) - (Y_{t+1} - Y_t) = Y_{t+2} - 2Y_{t+1} + Y_t$

- $\Delta^2 Y_{t+3} = \Delta Y_{t+3} - \Delta Y_{t+2} = (Y_{t+3} - Y_{t+2}) - (Y_{t+2} - Y_{t+1}) = Y_{t+3} - 2Y_{t+2} + Y_{t+1}$

Birbirini takip eden iki birinci fark arasındaki fark da;

- $\Delta^3 Y_{t+1} = \Delta^2 Y_{t+1} - \Delta^2 Y_t = [(Y_{t+1} - Y_t) - (Y_t - Y_{t-1})] - [(Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2})]$

    - $= (Y_{t+1} - 2Y_t + Y_{t-1}) - (Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2})$

    - $= Y_{t+1} - 3Y_t + 3Y_{t-1} - Y_{t-2}$

Fark denklemlerindeki değişme belli aralıklarla olur. Bu aralıklar daralırsa, diferansiyel denklemlerle ifade edilebilen dinamik modellere ulaşılmış olunur.

Örnek: Bugünün geliri (Y_t), bir önceki dönem gelirine (Y_{t-1}) bağlıdır.

$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$

gelirdeki değişim oranı$=\dfrac{\Delta Y}{\Delta t} = \dfrac{dY}{dt} = \dfrac{Y_t - Y_{t-1}}{t-(t-1)}$

Örnek: Tasarruf gelir ilişkisi,

$S_t = aY_t$ (tasarruf gelir ilişkisi)

$I_t = b\Delta Y_t$ (Harrod-Domar büyüme modeli – yatırım gelir ilişkisi)

$S_t = I_t$ (tasarruf yatırım eşitliği)

- $I_t = b(Y_t - Y_{t-1})$
- $S_t = I_t$
- $aY_t = b(Y_t - Y_{t-1})$
- $aY_t = bY_t - bY_{t-1}$
- $Y_t(b - a) = bY_{t-1}$
- $Y_t = \left(\frac{b}{b-a}\right)Y_{t-1}$ t dönemindeki gelir, $\left(\frac{b}{b-a}\right)Y_{t-1}$'dir.
- $Y_{t+1} = \left(\frac{b}{b-a}\right)Y_t$
- $Y_{t+2} = \left(\frac{b}{b-a}\right)Y_{t+1}$
- $Y_{t+n+1} = \left(\frac{b}{b-a}\right)Y_{t+n}$

Kısaca şöyle gösterilebilir:

- $Y_t = \left(\frac{b}{b-a}\right)^t Y_0$
- $Y_t = A^t Y_0$
- $\left(A = \frac{b}{b-a}\right)$

Burada Y_t: t zamanındaki gelir ve Y_0 başlangıç geliridir. Bu modele Harrod – Domar büyüme modeli denilmektedir. Bu modele göre, milli gelirin belli bir yıldaki seviyesi, başlangıç seviyesine ve A'nın değerine bağlıdır.

$Y_3 = A^3 Y_0 = AY_2$ ilki başlangıç dönemine bağlı, ikincisi 2. döneme bağlı olarak 3 dönemindeki gelirdir.

$Y_n = A^n Y_0 = AY_{n-t}$ ilki başlangıç dönemine bağlı, ikincisi bir önceki döneme bağlı olarak n dönemindeki gelirdir.

A’nın değeri gelir artışı hakkında bilgi vermektedir.

A > 1 ise, milli gelir devamlı artmaktadır.

A < -1 ise, milli gelir bir yükselip bir alçalmaktadır ve her devrede alçalış ve yükseliş dereceleri büyümektedir.

Örnek: Majinal tasarruf meyili a = 0.20, marjinal kapital katsayısı b = 4 ve başlangıç geliri Y_0 = 100 olsun. Yıllık artış oranını ve 1. ve 8. yılın büyüme oranını bulunuz.

- $A = \frac{b}{b-a} = \frac{4}{4-0.20} = 1.05$

- $Y_t = \left(\frac{b}{b-a}\right)^t Y_0 = A^t Y_0$

- $Y_1 = \left(\frac{b}{b-a}\right)^1 Y_0 = A^1 Y_0 = 1.05 \times 100 = 105$ 1. yılın geliri 105 ve yıllık artış oranı, %5’tir.

- $Y_8 = \left(\frac{b}{b-a}\right)^8 Y_0 = A^8 Y_0 = (1.05)^8 \times 100$ 8. yılın geliridir.

Örnek:

$Y_0 = 500$	başlangıç geliri 500 birimdir.
$I_t = 0{,}6(Y_t - Y_{t-1})$	yatırım cari gelir artışının bir fonksiyonudur.
$S_t = 0{,}15Y_t$	tasarruflar cari gelir seviyesinin %15’idir.
$S_t = I_t$	tasarruflar yatırıma eşittir.

- $S_t = I_t$

- $0{,}15Y_t = 0{,}6(Y_t - Y_{t-1})$

- $0{,}15Y_t = 0{,}6Y_t - 0{,}6Y_{t-1}$

- $0,6Y_{t-1} = 0,6Y_t - 0,15Y_t$
- $0,6Y_{t-1} = 0,45Y_t$ $\qquad\qquad$ $Y_t = Y_0$ kabul edersek
- $$Y_t = \left(\frac{0,6}{0,45}\right)^t Y_0$$
- $$Y_t = \left(\frac{0,6}{0,45}\right)^t 500$$

KAYNAKÇA

- Prof. Dr. Ahmet Gökçen, basılmamış ders notları

13. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste üretim fonksiyonu ve özellikleri, tüm halleri ile eşürün eğrileri ve aktivitelerin analizleri konuları incelenmektedir.

1. ÜRETİM FONKSİYONU

Üretim fonksiyonu, belli bir üretim seviyesine ulaşmayı mümkün kılan faktör bileşim oranlarının alternatiflerini göstermektedir. Üretim faktörleri miktar ve bileşim şekli ile üretim hacmi arasında ilişki kuran fonksiyondur.

$Q = f(X_1, X_2, …., X_m)$

Burada Q: üretim hacmi, X'ler emek, sermaye gibi üretimde kullanılan faktörlerinin miktarıdır.

1.1. Fonksiyonun Özellikleri

1) Q ürünü X_1, X_2, …., X_m faktörlerinin "tek değerli" fonksiyonudur. Dolayısıyla X_1, X_2, …., X_m faktörlerinin belli bir oranda karışımı tek ve belli bir miktarda Q üretimine sebep olmaktadır.

2) Faktörlerden herhangi birisinin miktarında bir artış üretim hacminde bir artışa sebep olmaktadır.

2. özelliğin gerçekleşebilmesi için gerekli varsayımlar;

a) Faktörler belli bir seviyeye kadar birbirlerine ikame edilebilir.

b) Her bir faktörün marjinal verimliliği yani üretimin faktörlere göre kısmi türevi pozitiftir.

- $\frac{\partial Q}{\partial X_1} > 0$, $\frac{\partial Q}{\partial X_2} > 0$, ………, $\frac{\partial Q}{\partial X_m} > 0$

c) Her bir faktörün 2. kısmi türevleri ise, negatif değer almaktadır, yani toplam ürün azalmaya başlamaktadır.

- $\frac{\partial^2 Q}{\partial X_1^2} < 0$, $\frac{\partial^2 Q}{\partial X_2^2} < 0$, ………, $\frac{\partial Q}{\partial X_m^2} < 0$

Bu da faktörler arasındaki ilişkinin sınırlı olduğunu ve bu sınırın aşılması halinde birinci türevlerin sıfır veya negatif olabileceğini göstermektedir, toplam üretim düşer. Emek ve kapital üretim faktörleri ile üretim fonksiyonu,

$Q = f(L, K)$

şeklindedir, iki faktör ve tek tip mal varsayımları ile fonksiyon kurulmuştur.

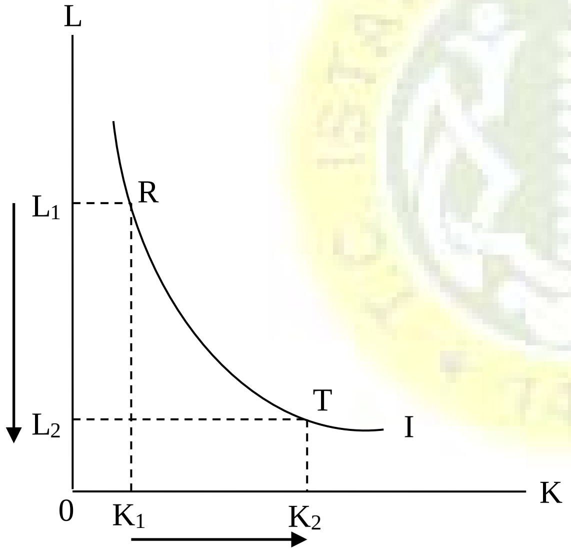
1.2. Eşürün Eğrileri

Belli miktarda mal üretebilmek için L ve K'nın hangi oranlarda birleştirilebileceğini geometrik olarak belirleyen eğriye eşürün eğrileri denilmektedir. Farklı emek ve kapital bileşimi kullanılarak aynı miktaqrda üretim elde edildiğini gösterirler.

Üretim faktörlerinden birinin kullanımı artarken diğerlerininki azalmakta, bu çeşit bileşimler ise belirli bir üretim miktarını vermekte ve koordinat sistemi üzerinde meydana gelen şekil eşürün eğrisi ismini almaktadır.

1.2.1. Kısmi İkame Hali

Faktörlerden birinden belli miktarda vazgeçildiği zaman diğeri bunun yerine ikame edilebilir. Kısmi ikamede vazgeçilen faktör yerine, diğer faktörlerden daha fazla ilave edilmesi gerekmektedir. eğer faktörler arasında böyle bir ilişki varsa, bu durumu "kısmi ikame" hali denilmektedir. Kısmi ikamede, faktörlerin marjinal verimlilikleri de farklıdır.



L

R noktasında $0L_1$ kadar emek, $0K_1$ kadar sermaye,

L noktasında $0L_2$ kadar emek, $0K_2$ kadar sermaye vardır.

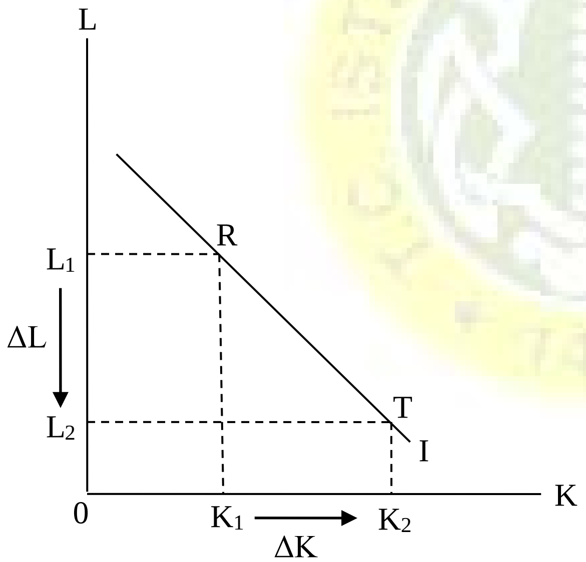
R ve T noktalarında faktör karışımları farklı olmakla birlikte aynı ürün miktarları söz konusudur. Dolayısıyla eşürün eğrisinin her noktasında aynı miktarda üretim söz konusudur, fakat belli miktar ve karışımda üretim faktörleri kullanımı söz konusudur. I eğrisinin eğimi, iki faktör arasında üretimi aynı seviyede tutmak için yapılacak ikamenin şartlarını göstermektedir. L_1'den L_2'ye emek tasarrufu söz konusu olduğunda, sermaye ilavesi K_1K_2

kadar olmaktadır. Sabit bir üretim seviyesi için üretim faktörlerinin birbirleri yerine ikame edilebilmeleri belli bir sınır dahilindedir. İkame eşürün eğrilerinin negatif olduğu sahada mümkündür. İkame sınırları olarak adlandırılan bu sınırın dışında eğriler negatif eğimlerini kaybederler ve pozitif eğim alırlar. Buna göre iki faktör arasındaki yani R ve T noktaları arasındaki ikame oranı, $\frac{L_1L_2}{K_1K_2}$'dir. İkame oranı, eğrinin her noktasında aynı değildir, özellikle eğrinin uç noktalarında ikame zordur.

Üretim faktörlerinden birini sabit tutup diğerini arttırırsak ya da her ikisini birden arttırırsak elde edeceğimiz üretim miktarı da artar.

1.2.2. Tam İkame Hali

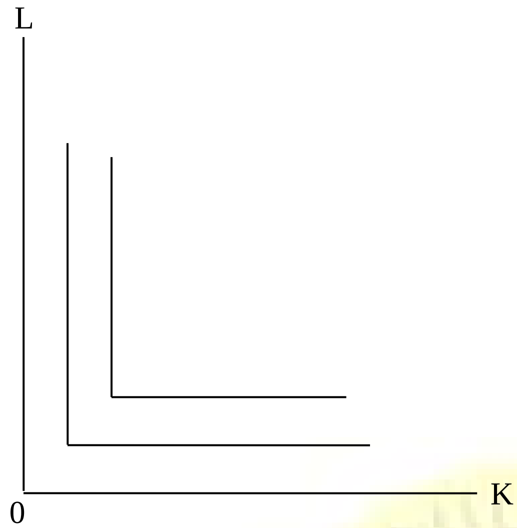
Hiçbir kısıtlamaya tabi olmaksızın faktörlerden birisinin miktarını azalttığımız zaman, bunun yerine aynı miktarda diğer faktörden ilave edildiğinde aynı üretim gerçekleşiyorsa, bu duruma tam ikame denilir. Eşürün eğrisi düz bir çizgi halindedir.



$\Delta L = \Delta K$'dır. tam ikame durumunda, ikame elastikiyeti söz konusudur. Doğrusal üretim foksiyonunda tam ikame vardır.

1.2.3. İkame Yok

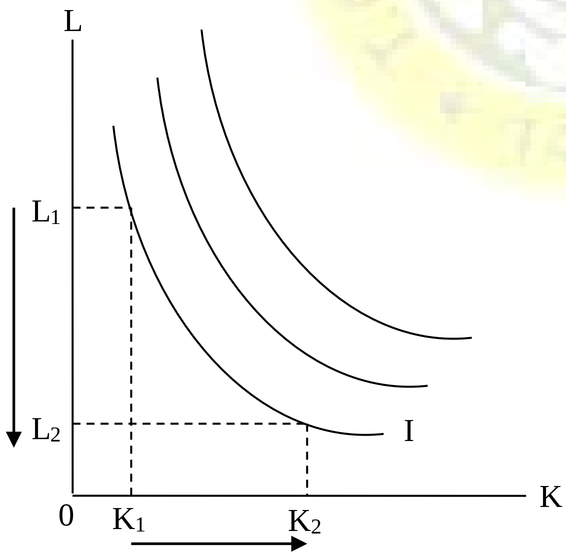
Belli bir üretim hacmi elde edebilmek için üretim faktrörleri belli bir oranda birleştirilir, değiştirilemez. Bir faktörün miktarını azaltırken diğer faktörün miktarını arttırmak mümkün değildir. eşürün eğrileri kırık doğru biçimindedir.



K_1L_1 ya da K_2L_2 birleşim oranıdır. bunun dışındaki birleşim ler üretim faktörlerini arttırmaz, faktör israfına yol açar. İkame elastikiyeti sıfırdır. Sabit oranlı üretim fonksiyonunda görülür.

1.2.4. Eşürün Eğrilerinin Özellikleri

Birden fazla eşürün eğrileri söz konusu olabilir.



1) Eşürün eğrileri, ikame sınırları içerisinde merkeze dışbükeydirler. Çünkü, eşürün eğrilerinde yukarıdan aşağıya doğru hareket edilince eğrinin eğimine eşit olan marjinal teknik ikame oranı giderek azalmaktadır.

Marjinal teknik ikame oranı (MTİO): Üretim miktarı sabit kalmak kaydıyla bir üretim faktöründen bir birim vazgeçme karşılığında diğer faktörlerden ne kadar ikame edilmesi gerektiği marjinal teknik ikame oranı ile hesaplanmaktadır. İkame sonunda aynı miktarda üretimin elde edilebilmesi için şu eşitlik sağlanmalıdır:

$$-\Delta L MP_L = \Delta K MP_K$$

ya da,

$$MTİO = -\frac{\Delta L}{\Delta K} = \frac{MP_K}{MP_L} = \frac{L_1 L_2}{K_1 K_2}$$

Burada, MP_L: emeğin marjinal verimliliği ve MP_K: kapitalin marjinal verimliliğidir.

2) İkame sınırları içerisinde, eşürün eğerilerinin eğimleri negatiftir. Çünkü belli miktardaki üretim iki faktörün değişen bileşimleri ile elde edildiğinden bir faktörün miktarı artarken, diğerinin azalması gerekmektedir.

3) Eşürün eğrileri birbirlerini kesmezler.

4) Eşürün eğerilerinden herbiri belirli üretimi belirlerler. Üretim faktörlerinden birisi sabit tutulup diğeri arttırılırsa ya da her ikisi birden arttırılırsa, bir üst üretime seviyesine geçilir.

Üretim faktörlerinden miktarı azalanın marjinal verimi artarken miktarı artanın marjinal verimi azalmaktadır.

1.3. Bazı Kavramlar

Toplam Ürün (Toplam Hasıla, TP): Toplam ürün belli bir zaman süreci içinde bütün faktörlerin (değişir ve sabit) kullanılması sonucunda elde edilen miktardır.

Ortalama Ürün (AP): Toplam ürünün kullanılan değişir faktör miktarlarına bölünmesiyle elde edilmektedir.

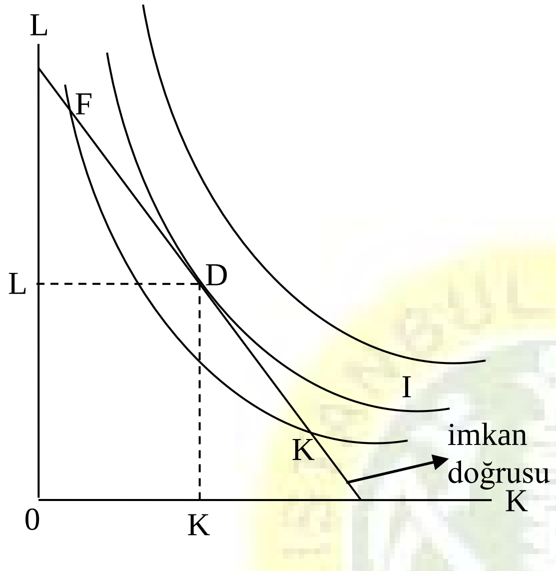
$$AP_X = \frac{TP_X}{X}$$

Marjinal Ürün (MP): Değişir faktör ünitesindeki kullanım ile toplam üründeki değişmedir.

$$-\Delta L MP_L = \Delta K MP_K$$

$$-\frac{\Delta L}{\Delta K}=\frac{MP_K}{MP_L}$$

Eşürün eğrisinin eğimi, $\frac{\Delta L}{\Delta K}$'dır. Bu aynı zamanda faktörlerin marjinal ürünleri arasındaki oranla da belirtilir.



D noktasında eşürün eğrisinin eğimi ile imkan doğrusunun eğimi eşittir.

Eş ürün eğrisinin eğimi = $\frac{\Delta L}{\Delta K}$

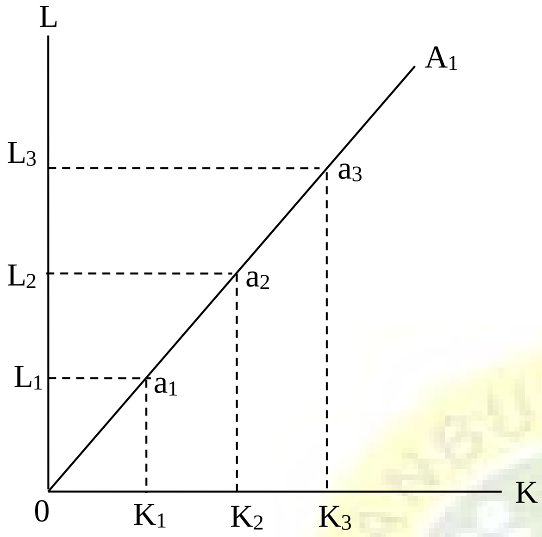
İmkan doğrusunun eğimi = $-\frac{P_L}{P_K}$

Optimal birleşim = $\frac{\Delta L}{\Delta K}=-\frac{P_L}{P_K}$

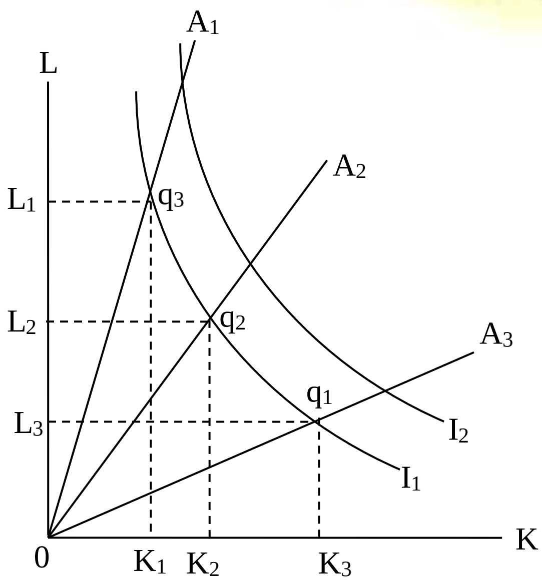
F noktası, aynı masrafla daha düşük üretim seviyesini belirler. Aynı eşürün eğrisi üzerinde, farklı faktör karışımları aynı ürünü vermektedir. Buna göre aynı eğri üzerinde, teknik etkinlik eşittir. Üretim miktarı değişmediğine göre, bunu en düşük maliyetle sağlayan bileşim iktisadi etkinliktir.

1.4. Aktivite Analizi

Üretimin yalnız iki faktörle gerçekleştirildiğini ve bu iki faktörün belli bir malı üretebilmesi için cari üretim tekniğinin alternatif bileşimleri olduğunu kabul edelim. Bir malın üretilebilmesi için cari üretim tekniğinin imkan verdiği çeşitli tekniklerin herbirine aktivite denilmektedir. Belli bir teknik çok sayıda aktiviteye imkan verebilmektedir.

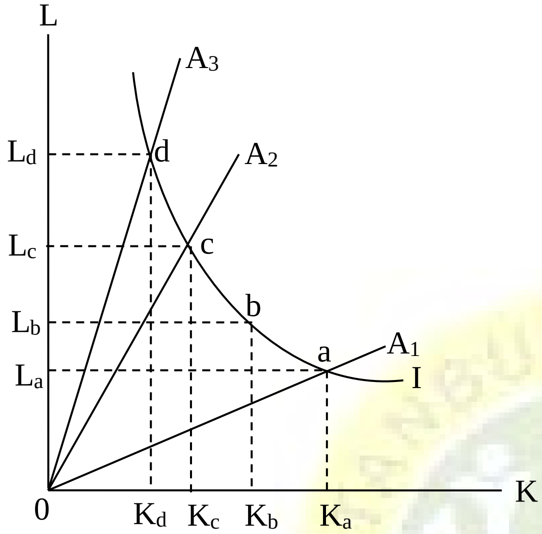


Bu grafik, A_1 aktivitesinin teknolojisini göstermektedir. a_1 kadar mal üretebilmek için, $0L_1$ kadar emek ve $0K_1$ kadar kapital kullanılmalıdır. t zamanında, cari tekniğin belli bir malın üretilmesine imkan veren n sayıda farklı aktivitenin bulunduğunu göstermektedir. zamanla üretim teknolojisi değişiklik gösterceğinden aktivitelerin sayısı ve niteliği de değişmektedir. Cari üretim tekniği çerçevesinde çok sayıda aktivite bulunabilir:



Burada A_1, A_2 ve A_3 aktivitelerdir. q_1, q_2 ve q_3, aynı miktarda fakat farklı aktiviteler ve farklı miktarda üretim faktörleri (emek yoğun ve kapital yoğun durumlarda) ile üretimi göstermektedir. I_1 ve I_2 ise eşürün eğrileridir. Üretici elindeki imkanlara göre bu aktivitelerden birisini tercih edip belli miktarda üretim gerçekleştirmektedir.

1.4.1. Aktivitelerin Birleştirilmesi

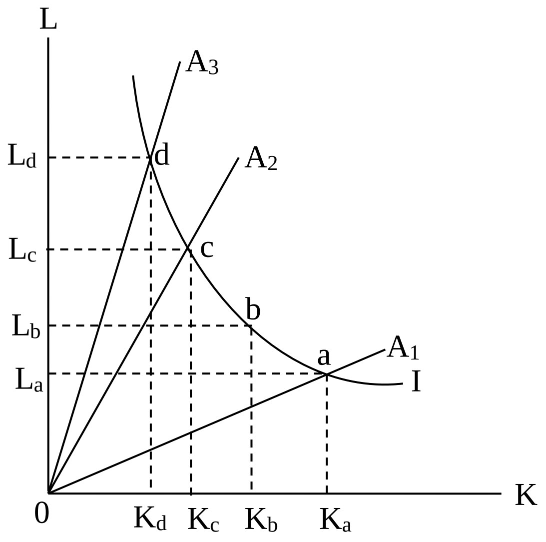


Eğer üretim tekniği imkan veriyorsa, iki aktivite birleştirilebilir. b noktasındaki üretim hacmi, a, c ve d noktalarındakine eşittir.

1.4.2. Aktivitelerin Birleştirilmesinin Önemi

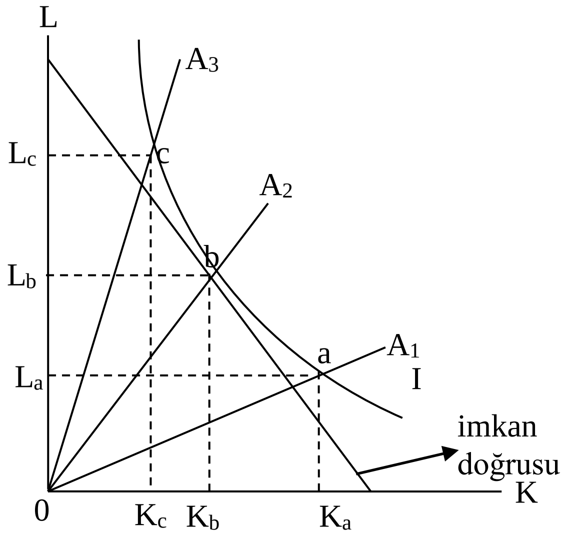
Aktivitelerin birleştirilmesi iki yönü ile önemlidir.

1. Üretim kaynaklarının tam kullanımını sağlamak
2. Karı maksimum eden şartları tayin etmek



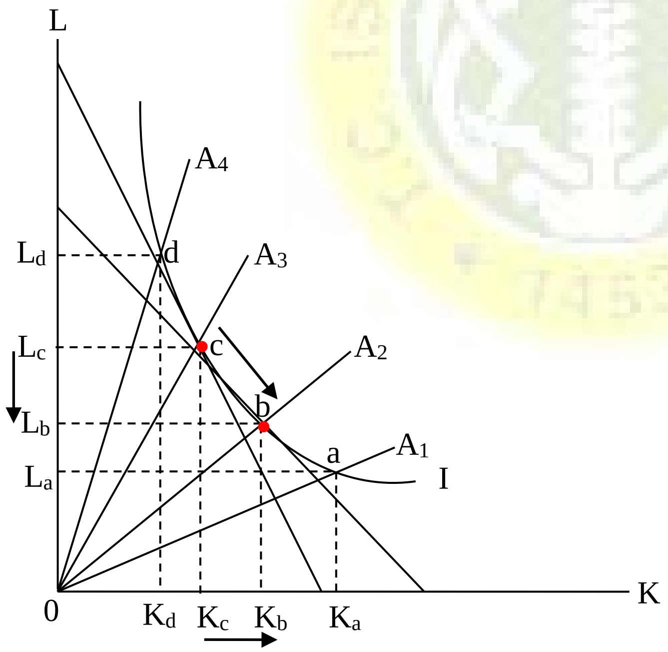
Üreticinin elinde K_b kadar kapital ve L_b kadar emek varsa, A_1, A_3 ya da A_4'ü tercih ettiğinde (a, c ve d noktaları) verimsiz kaynak kullanımı olacaktır. A_1 aktivitesine başvurduğu takdirde, emeği fazla kapital ise ihtiyacından az olacaktır. A_2 ya da A_3 aktivitelerine başvurduğu takdirde ise, mevcut emek ihtiyaca yetmeyecek ve kapital fazla gelecektir. Fakat A_1 ile A_2'yi birleştiren ac arasındaki b noktasında üretim yapması daha doğrudur. Bu noktaya uyan aktivite birleşimi üreticinin elindeki faktörlerin tam kullanılmasına yol açmış ve mevcut imkanlarla üretim en yüksek seviyeye çıkarılmıştır.

Aktivite gurubu ve bunların sağladığı birleşimler içinde öyle noktalar vardır ki bu noktalarda faktör oranları üreticinin elindeki imkanlara en yakındır. Bu nokta, onun için ideal birleşim noktasıdır. Birleşim sayısı aktivite sayısından çok fazla olduğundan ideal noktaların aktivite olmaktan ziyade bir birleşim olması ihtimali daha kuvvetlidir.



Eşürün eğrisinin imkan doğrusuna teğet olduğu noktada en yüksek üretime ulaşılır, dolayısıyla A_2 aktivitesi tercih edilir. Bu optimal denge noktasıdır, b noktası maksimum verim noktasıdır.

Faktör fiyatları değişirse, imkan doğrusu ve optimal denge noktası değişir.



Emeğin fiyatı yükselirse emek tasarrufuna gidilir (L_c'den L_b'ye). Kapitalin fiyatı düşer, kapital kullanımı arttırılır (K_c'den K_b'ye). Yeni denge c noktasından b noktasına kayar. Bu iki denge noktasında, üretim faktörleri miktarı farklı olmasına rağmen aynı miktarda üretim olur.

KAYNAKÇA

- Prof. Dr. Ahmet Gökçen, basılmamış ders notları

14. HAFTA

DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste literatürde kullanılan üretim fonksiyonu türlerinden bahsedilmektedir. Doğrusal üretim fonksiyonu, eğrisel olan Cobb-Douglas üretim fonksiyonu, sabit oranlı üretim fonksiyonu üzerinde durulmaktadır. En son da makro çapta üretim fonksiyonu ele alınmaktadır.

1. ÜRETİM FONKSİYONU TÜRLERİ

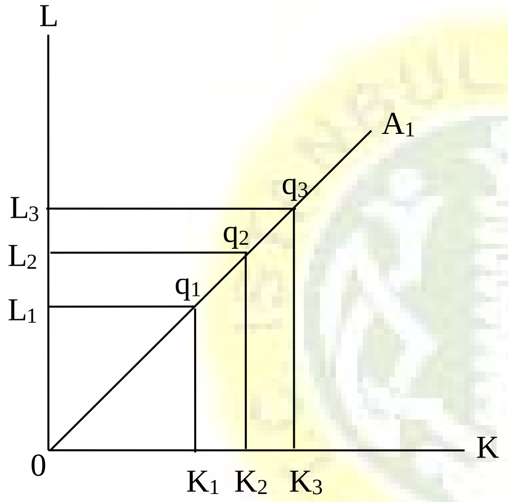
1.1.Doğrusal Üretim Fonksiyonu

Doğrusal üretim fonksiyonu gerçekte rastlanmayacak kadar özel bir fonksiyondur. Doğrusal üretim fonksiyonunda faktörlerin marjinal verimliliği sabit ve faktörlerin üretime etkileri bakımından birbirinden bağımsızdır. Doğrusal üretim fonksiyonu şöyle gösterilebilir;

$Q = f(K, L)$

$Q = c + \alpha L + \beta K$

Burada, $\alpha=\frac{\partial Q}{\partial L}$ emeğin marjinal verimliliği, $\beta=\frac{\partial Q}{\partial K}$ ise kapitalin marjinal verimliliğidir.



L-K birleşimi düz bir doğru üzerinde görülmektedir. Üretim artışı aynı oranda faktör artışına ihtiyaç göstermektedir. Üretim sürecinde kullanılan üretim faktörlerinin miktarı ve üretim hacmi ne kadar büyük olursa olsun faktörlerin marjinal verimlilikleri sabit olacaktır. Doğrusal üretim fonksiyonunda eşürün eğrileri doğru şeklini almışlardır ve bu eşürün doğruları $-\frac{\alpha}{\beta}$ eğimi ile birbirlerine paralel durumdadırlar.

Doğrusal üretim fonksiyonunda emek ve kapital arasında “tam ikame” söz konusudur. Yani ikame elastikiyeti sonsuzdur. Eğer eşürün doğrusuna dikey olan çizgi 45^0’lik açı yapıyorsa bu durumda 1 birim emekten vazgeçerek onun yerine bir birim kapital ikame ederek üretime devam etmek mümkündür. İkamenin böyle kolay tamamlandığı üretim süreci gerçekte yoktur denilebilir. Çünkü böyle tanımlanmış bir fonksiyonda “azalan verimler kanunu” geçerli değildir. Teorik olarak yalnız bir üretim faktörü ile üretimi arttırmak mümkündür. Üretim faktörleri m katına çıkarıldığında, üretim seviyesi de m katına çıkacaktır. Fonksiyon 1. dereceden homojendir veya doğrusal olarak homojendir.

$f(mK, mL) = c + m\alpha L + m\beta K = c + m(\alpha L + \beta K) = mf(K, L) \qquad m>0$

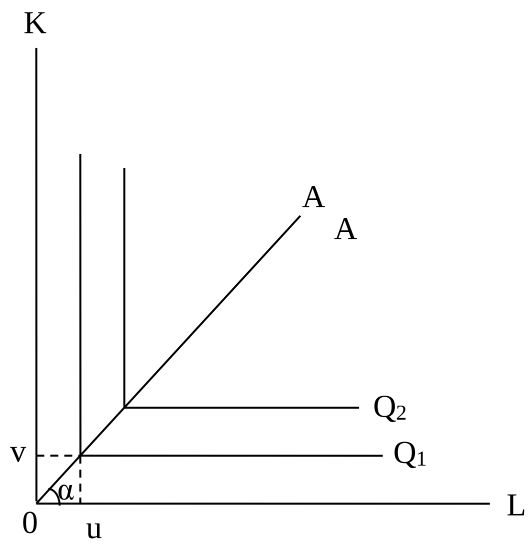
1.2. Sabit Oranlı Üretim Fonksiyonu

Ekonomide bilinen ve kullanılan tek üretim tekniğinin olduğu varsayımı altında, nihai çıktı (Q) üretim faktörleri olan emek ve kapitalin belli bir oranda kullanılması ile elde edilecektir. Böyle belirli bir çıktı miktarının sadece belli bir faktör bileşimi ile üretilmesine olanak veren fonksiyon sabit oranlı üretim fonksiyonudur.

$Q = \min\left(\frac{K}{v}, \frac{L}{u}\right) \qquad v>0 \quad u>0$

Burada "min", kapital ve emeğin asgari düzeyde de olsa mutlaka beraberce kullanılması gerektiği anlamına gelmektedir. Örneğin K/v minimum ise kapital sınırlayıcı koşul olacak ve belli bir orandaki emekten daha fazla istihdam, üretimi arttırmayacaktır. Çünkü bu noktadan itibaren emeğin marjinal ürünü sıfırdır. Benzer şekilde L/u minimum ise, emek sınırlayıcı koşul olacaktır.

Bu fonksiyonda nihai output ve faktör miktarları değişirken, faktörler arasındaki oran sabit kalmaktadır. Nihai outputu üretmek için kapital ve emeğin hangi oranda kullanılması gerektiğini aşağıdaki şekilde 0A doğrusunun eğimi yani v/u oranı göstermektedir. v ve u, bir birim çıktı için gerekli kapital ve emek girdileridir. v ve u teknolojik katsayılar olarak da adlandırılmaktadır.



$$v = \frac{K}{Q} \qquad u = \frac{L}{Q}$$

$$\tan \alpha = \frac{v}{u}$$

Üretim miktarları, grafikte orjinden geçen 0A doğrusunun üzerindeki noktalara tekabül etmektedir. Kapital ve emek λ oranında arttırılırsa, üretim miktarları da λ oranında artacaktır. Böylece fonksiyon 1. dereceden homojendir (doğrusal olarak homojendir). Kapital ve emek arasında ikamenin tanımlanması mümkün değildir. ikame elastikiyeti sıfırdır. Bu iki faktörün üretime katılma oranı sabittir.

1.3. Cobb-Douglas Üretim Fonksiyonu

Gerek teorik modellerde, gerekse ampirik çalışmalarda çok yaygın bir şekilde kullanılan fonksiyon Cobb-Douglas üretim fonksiyondur.

$Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$

A, fonksiyonun etkenlik katsayısı olup değeri kısmen Q, K ve L'nin değerleri ile kısmen de üretim yönteminin etkinliği ile belirlenmektedir. A'nın değerinin birbirinden farklı olduğu iki Cobb-Douglas üretim fonksiyonu alındığında, yönetimin nispi önemi görülebilmektedir. A'nın değerinin yükselmesi ile fonksiyondaki Q'nun değeri daha da yükselecek ve böylece yöntemin etkinliği daha fazla olacaktır.

Kapitalin marjinal verimliliği = $\frac{\partial Q}{\partial K} = \alpha \frac{Q}{K}$

Emeğin marjinal verimliliği = $\frac{\partial Q}{\partial L} = \beta \frac{Q}{L}$

Tam rekabet şartları altında üretimin içinde emeğin nispi payını β, kapitalin nispi payını ise α göstermektedir. Dolayısıyla, α ve β sırasıyla kapital ve emeğin prodüktivite elastikiyetidir.

$$\alpha = \frac{\partial Q}{\partial K}\frac{K}{Q}$$

$$\beta = \frac{\partial Q}{\partial L}\frac{L}{Q}$$

Cobb-Douglas üretim fonksiyonunun her noktasında ikame elastikiyeti 1'e eşittir. Aynı miktarda üretim seviyesini elde edebilmek için bir faktörden vazgeçilen her birim için diğer faktörden giderek artan oranda kullanılması gerekmektedir.

α + β: Cobb-Douglas üretim fonksiyonunda homojenlik derecesini ve aynı zamanda ölçeğe göre getiriyi belirlemektedir.

Üretim faktörleri λ katına çıkarıldığında, üretim seviyesi de $\lambda^{\alpha+\beta}$ katına çıkacaktır. Fonksiyon α + β. dereceden homojendir:
$f(\lambda K, \lambda L) = = A(\lambda K)^{\alpha} (\lambda L)^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta} A K^{\alpha} L^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta} Q$

- $\alpha + \beta < 1$ ise, ölçeğe göre azalan getiri vardır.
- $\alpha + \beta > 1$ ise, ölçeğe göre artan getiri vardır.
- $\alpha + \beta = 1$ ise, ölçeğe göre sabit getiri vardır.
- $\alpha + \beta = 1$ ise, $\beta = 1 - \alpha$
- $Q = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$
- $Q = AK^{\alpha}\frac{L}{L^{\alpha}}$
- $\frac{Q}{L} = A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}$

Cobb-Douglas üretim fonksiyonunda ölçeğe göre getiri özelliği üretimin bütün seviyelerinde aynıdır. örneğin düşük Q seviyesinde artan getiri, yüksek Q seviyesinde azalan getiri söz konusu değildir.

- logQ = logA + αlogK + βlogL
- $log\left(\frac{Q}{L}\right) = log\ A + \alpha\ log\left(\frac{K}{L}\right)$

1.3.1. Euler Teoremi

- $Q = \frac{\partial Q}{\partial L}L + \frac{\partial Q}{\partial K}K$

Burada, $\frac{\partial Q}{\partial L}L$ emeğin toplam payını ve $\frac{\partial Q}{\partial K}K$ kapitalin toplam payını göstermektedir.

- $\frac{\partial Q}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1}L^{\beta}$

Olmak üzere kapitalin toplam payı:

- $$\begin{aligned}\frac{\partial Q}{\partial K}K &= \left(\alpha AK^{\alpha-1}L^{\beta}\right)K \\ &= \alpha AK^{\alpha}L^{\beta} \\ &= \alpha Q\end{aligned}$$

- $\frac{\partial Q}{\partial L} = \alpha AK^{\alpha}L^{\beta-1}$

Olmak üzere emeğin toplam payı:

- $$\begin{aligned}\frac{\partial Q}{\partial L}L &= \left(\beta AK^{\alpha}L^{\beta-1}\right)L \\ &= \alpha AK^{\alpha}L^{\beta} \\ &= \beta Q\end{aligned}$$

Böylece toplam üretimle emeğin nispi payı (β) çarpılıp milli gelir içinde emeğin payı; aynı şekilde toplam üretimle kapitalin nispi payı (α) çarpılıp milli gelir içinde kapitalin payı bulunur.

1.4. Makro Üretim Fonksiyonu

Makro üretim fonksiyonu için her bir üretim biriminin üretim fonksiyonu bulunup toplanır. Logaritmik olarak;

$\log Q_j = \log A_j + \alpha \log K_j + \beta \log L_j$

Makro fonksiyon,

$$\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \log Q_j = \log A + \hat{\alpha}\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \log K + \hat{\beta}\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \log L$$

L ve K'nın logaritma değerlerinin aritmetik ortalaması, geometrik ortalamasının logaritmasıdır:

$$\log \dot{G}(Q) = \log A + \hat{\alpha} \log G(K) + \hat{\beta} \log G(L)$$

Burada, $\log G(K)$ kapitalin geometrik ortalaması ve $\log G(L)$ emeğin geometrik ortalamasıdır.

$$G(Q) = A\left[G(K)^{\hat{\alpha}}\right]\left[G(L)^{\hat{\beta}}\right]$$

KAYNAKÇA

- Prof. Dr. Ahmet Gökçen, basılmamış ders notları