FAKÜLTE / YÜKSEKOKUL:	İKTİSAT FAKÜLTESİ

BÖLÜM:	• EKONOMETRİ • MALİYE

DÖNEM (GÜZ / BAHAR):	GÜZ

DERSİN ADI:	KANTİTATİF İKTİSAT I

DERS NOTU YAZARININ ADI ve SOYADI:	PROF. DR. FERDA YERDELEN TATOĞLU

CANLI DERS ÖĞRETİM GÖREVLİSİNİN / ÜYESİNİN ADI ve SOYADI:	PROF. DR. FERDA YERDELEN TATOĞLU

Yazar Notu

Elinizdeki bu eser, İstanbul Üniversitesi Açık ve Uzaktan Eğitim Fakültesi'nde okutulmak için hazırlanmış **bir ders notu niteliğindedir**.

1. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET (TÜRKÇE)

Bu ders, kantitatif iktisat dersine giriş niteliği taşımaktadır. Kantitatif iktisadın diğer bilim dalları ile aralarındaki ilişkiler, farklı ve ortak yönleri incelenmektedir.

Genel itibari ile söylemek gerekirse, kantitatif iktisat, matematiksel iktisat, istatistik ve ekonometri bilimlerini kullanarak gelecek tahmini, yapısal analiz ve iktisat politikalarına yön verme konusunda büyük rol üstlenmektedir.

1. KANTİTATİF İKTİSAT GİRİŞ

1.1. İktisat Teorisi ve Kantitatif İktisat

İktisat, insan davranışlarını inceleyen sosyal bir bilim dalıdır. Bu bilim dalında, iktisadi faaliyetlerin yarattığı olayları anlamak ve bu olaylar karşısında insan davranışlarının nasıl ve hangi etmenler altında oluştuğunu analiz etmek hedefi bulunmaktadır. Sonsuz ihtiyaçları olan insanların kıt kaynaklarla bu ihtiyaçlarını nasıl giderdikleri bu analizlerin esasını teşkil etmektedir. Gerçekten yaşam tarzı içinde insanların ihtiyaçları sınırsız olmasına rağmen, bu ihtiyaçları giderecek kaynaklar ise sınırlıdır. İktisadi terimiyle, ihtiyaçlar karşısında sahip olunan kaynaklar kıttır. Bu kıt kaynaklarla ihtiyaçların giderilebilmesi için bunların bir sıraya konulması gerekir. Bunun için ihtiyacı giderecek mal veya hizmetin hangi öncelikle, hangi miktarlarda ve nasıl karşılanacağının tayin edilmesi söz konusu olacaktır. Diğer bir deyimle insanoğlu, sahip olduğu kaynaklarla hangi mal ve hizmeti ne miktarda ve hangi öncelik sırası içinde alacağının kararını vermek durumundadır. Yani mal ve hizmetler arasında bir sıralamada, bir tercihte bulunmaktadır. İktisat ilmi de bu tercihin hangi şartlarda ve hangi etmenlerin tesiri altında yapılmakta olduğunu araştıran bir ilimdir.

Tüketici açısından olduğu gibi üretici açısından da tercih söz konusu olmaktadır. Üretici de sahip olduğu kıt kaynaklarla hangi malları ne miktarda ve nasıl üreteceğinin kararını verecektir.

İktisat bilimi, üretici, tüketici ve diğer iktisadi karar vericilerin, herhangi bir iktisadi olay karşısında davranışlarının nasıl olacağına dair çok sayıda gözlemlerde bulunur. İktisatçılar tarafından, bu gözlemler sonucunda iktisadi birimlerin benzer olaylar karşısında benzer davranışları gösterdiği tespit edilmiştir. Bu gözlem ve tespitler iktisat teorisi ile ilgili varsayımların ve iktisadi kanunların gerçekleşmesini mümkün hale getirmiştir. Ancak gözlemlere dayanarak geliştirilen bütün bu kanunlar, ilişkinin yönüyle ilgili temayülleri belirtmekte olup kantitatif ölçümlerin dışında kalmaktadır. Burada yapılan tespitler daha çok o iktisadi olayda yer alan değişkenler arasındaki ilişkilerin mevcudiyeti ve bu ilişkilerin yönüyle ilgili tespitlerdir. Onun için iktisat teorisi, iktisadi değişkenler arasındaki bağlantıyı ve bunlara hakim olan iktisadi kanunları genel ve şematik olarak inceler ve bağlantıları kesin ve rakamlarla ifade etmek yerine, bir temayül olarak ortaya koyar. Mesela, gözlemlere dayanarak gelirle tüketim arasında aynı yönlü bir ilişkinin mevcut olduğu tespit edilmiş ve ilişkiyi kuran parametreye marjinal tüketim meyli adı verilmiştir. Ancak ilişkinin şiddetinin ve marjinal tüketim meyli büyüklüğünün ne olduğunu gözlemler vasıtasıyla belirlemek mümkün değildir. Aynı şekilde iktisatçılar tarafından herhangi bir malın fiyatıyla o malın talebi arasında fonksiyonel bir ilişki olduğu ve bu ilişkinin ters yönlü olduğu tespit edilmiştir. İktisat teorisinde gözlemlere dayalı olarak yapılan bu tespitleri matematiksel formlarla bir model halinde ifade etmek mümkündür. İktisat teorisine uygun bir biçimde modelin kurulmasını ve formülasyonunu **Matematiksel İktisat** olarak adlandırılan bilim dalı ile gerçekleştirmek mümkündür. Matematiksel iktisat, özü itibariyle iktisat teorisinden farklı olmadan sadece sözlü ifadelerin bir kısım matematiksel ifadelerle ve sembollerle gösterilmesinde başka bir şey değildir. İktisat teorisi açıklamalarını sözlü olarak yaparken, matematiksel iktisat aynı açıklamaları matematik sembollerle yapar. İktisat teorisinin temayüller olarak ortaya koyduğu iktisadi değişkenler arasındaki bağlantıyı ve bunlara hakim olan iktisadi kanunları genel ve şematik olarak gösterirler ancak değişkenler arasındaki ilişkileri kuran katsayı değerlerini rakamlarla ifade etmezler. Kısaca matematiksel iktisat, kantitatif ölçümlere başvurmayan bir teori olup, iktisat teorisinin bir model halinde matematiksel kalıplarla gösterilmesi olarak ele alınabilir. Ancak iktisadi ilişkilerin şiddeti ve aradaki parametrelerin kantitatif büyüklüğü hakkında sadece gözlemlere dayanarak bir şey söylemek mümkün değildir. Onun için gözlemlere dayanan ve temayül olarak tespit edilmiş olan ilişkilerin kantitatif olarak ölçülmesi gerekir. Bunun için de kurulan matematiksel modellere ait verilerin uygun istatistiki yöntemlerle toplanması ve değişkenlerin rakamlarla ifade edilmesine ihtiyaç vardır. Model halinde ve rakamlarla ifade edilen değişkenler arasındaki ilişkileri kuran katsayılar ekonometrik metotlarla tahmin edilir. İşte temayüller belirtilerek ve sözlü olarak ifade edilen iktisadın, matematiksel yöntemlerle ve rakamlarla ifade edilmesini sağlayan bilim dalı ***kantitatif iktisattır***.

Kantitatif iktisat; kısaca, sözlü olarak ifade edilen iktisadın, kantitatif metotlarla açıklanmasını sağlayan bir bilim dalıdır. Kantitatif iktisat; matematiksel iktisat, istatistik ve ekonometri bilim dallarını kullanarak iktisat biliminin matematiksel kalıplara sokulması ve işlenmesini mümkün kılmaktadır. İktisat bilimini temel alarak, matematiksel iktisat, istatistik ve ekonometrik yöntemlerinden de yararlanmak suretiyle iktisadi olaydaki ilişkileri kantiteleştirmeye yarayan bu bilim dalı sayesinde, sözlü olarak ifade edilen iktisadi ilişkiler, rakamlarla ifade edilir bir duruma getirilmektedir. Kantitatif iktisat sayesinde, matematiksel iktisat, istatistik ve ekonometri bilimleri kullanılarak iktisat teorisi, bir model halinde ortaya konmakta ve bu model denklemlerle ifade edilerek, matematiksel bir kalıba sokulmakta, işlenmekte ve modelde yer alan değişkenler arasındaki ilişkileri kuran parametrelerin sayısal değerlerinin tahmini ve bunların testi yapılmaktadır. Böylece değişkenler arasındaki ilişkilerin şiddeti ve yönü kantitatif olarak ölçülmekte ve rakamlarla ifade edilmektedir. Bu anlamda kantitatif iktisat, iktisat teorisi yanında, matematiksel iktisadı, istatistiği ve ekonometriyi de içine alan geniş bir kapsama sahip bulunmaktadır.

1.2. Kantitatif İktisatta Matematiğin Rolü

İktisatta matematiğin kullanılması çok eskilere dayanmakla birlikte, özellikle büyüme ve kalkınma teorilerinin gelişmeye başladığı 1940 sonrası dönemden bu yana, matematiğin iktisatta kullanılması giderek yaygınlaşmış ve yoğunlaşmıştır. Gerek iktisat teorisinde ve gerekse uygulamalı iktisat alanında önceleri geometrik tahliller daha çok yer alırken, sonraki gelişmelerde matematiksel yöntemler oldukça yoğun kullanılmaya başlanmıştır. İktisatçılar artık az veya çok matematiksel yöntem ve tahlillere başvurmadan ve iktisadi olaydaki değişkenler arasındaki ilişkileri matematiksel ispatlamalarla desteklemeden sonuç çıkarmama eğilimine girmişlerdir. Hemen hemen iktisadın bütün dallarında, mikro ve makro tahlillerde yoğun biçimde matematik kullanılmış ve matematiksel modeller geliştirilmiştir. Artık matematiği kullanmayan herhangi bir iktisat dalı kalmamış ve az veya çok iktisadın bütün branşlarında matematik ve matematiksel modeller kullanılmıştır. Nitekim Üretim, tüketim, arz, talep, fiyat, milli gelir, istihdam vergi vs. gibi konular hep matematiksel modeller kullanılarak incelenmiştir. Bu eğilim günümüz iktisatçıları tarafından da devam ettirilmeye ve yayınladıkları iktisat kitaplarında geometrik tahliller yanında matematiği de sıkça kullanma eğiliminde oldukları gözlenmektedir.

Son zamanlarda bilgisayar sistemleri ve uygulamalarıyla, buna bağlı olarak hesaplama yöntemlerindeki gelişmeler matematiğin iktisatta kullanımını daha da arttırmıştır. Böylece daha karmaşık ve eş-anlı oluşan iktisadi olaylarla ilgili, boyutları çok büyük matematiksel modeller kurulmuş ve çözümleri gerçekleştirilmiştir. Hatta matematiğin iktisatta kullanılmasının yaygınlaşmasıyla ilgili bu gelişmenin sonucunda, iktisatta ekonometrik ve matematiksel istatistik yöntemlerinden yararlanarak tahmine dayanan çalışmalarda da hızlı gelişmeler olmuştur. Bu çalışmalar iktisat bilimi içinde ekonominin işleyişini gösteren ilişkilerin katsayılarını tahmine yarayan ve ***Ekonometri*** adını alan yeni bir bilim dalının doğmasına yol açmıştır. Ekonometrik metotlar sayesinde, iktisadi olaya ait ampirik verilerin istatistiksel tahmin ve hipotez testleri yöntemleri ile incelenmesi ve çözümlenmesi mümkün olmaktadır.

1.3. Matematiğin İktisatta Kullanılmasının Yararları

İktisadi ilişkilerin matematiksel kalıplarla ifade edilmesi, çok yönlü ve karmaşık olan bu ilişkilerin daha kolay anlaşılmasını sağlayacak ve iktisat teorisine açıklık ve kesinlik kazandıracaktır. Aslında özü itibariyle iki durum arasında fark olmamakla beraber, ilişkilerin denklemlerle ifade edilmesi matematiğin bilime kazandırmış olduğu bütün teoremlerin ve deterministik özelliğinin iktisat bilimine taşınması anlamına gelmektedir. Bu imkân iktisadi olayların anlaşılmasını kolaylaştırdığı gibi iktisat teorisine açıklık, berraklık ve kesinlik kazandırmaktadır. İktisat teorisinde matematiğin kullanılması, iktisat teorisinin matematiksel olarak ifadesini sağladığı gibi varsayımlardan iktisadi sonuçların çıkarılmasına da hizmet etmektedir.

Teori, belli varsayımlardan hareket ederek belli genel sonuçlara ulaşır. İktisat teorisi de belli varsayımlar altında belli sonuçların meydana geleceğini kabul eder. Matematikte de kullanılmaya hazır çok sayıda teoremler bulunmaktadır. Matematiksel yöntemleri iktisatta kullanmakla buradaki varsayım-sonuç ilişkilerini iktisada taşımış olmaktayız ki, bu da iktisadı çok zengin varsayım-sonuç ilişkilerine kavuşturmuş olur. Bu durum iktisat teorisini daha açık, berrak ve kesin hale getirir.

Matematikte, ilişkilerin determinist karakterinden dolayı, varsayımların kesin ve açık olması gerekir. Hâlbuki gözlemlere dayanan ve sözlü olarak ifade edilen iktisadi olaylara ait varsayımlar bu kadar açık olmamakta ve hatta bir kısım varsayımlar atlanabilmektedir. Nitekim iktisatta birçok konuda farklı yorumlar ve anlaşmazlıklar, hep açık olmayan varsayımlardan kaynaklanmaktadır. Oysaki matematiksel yöntemlerin kullanılması, varsayımların açık ve kesin olmasını gerektirdiği için iktisatçıyı varsayımlarında dikkatli olmaya belirsizlikten kaçınmaya zorlayacaktır.

Sözlü iktisadın yanında geometrik anlatımlara ve izahlara da sıkça başvurulmaktadır. Hatta iktisatta geometrik izahların kullanılması matematik yöntemlerin kullanılmasından daha eski ve yaygın olduğunu da söylemek mümkündür. Ancak geometrik izahlar çok kısıtlayıcı şartlar altında yapılabilmektedir. Örneğin, kayıtsızlık eğrisi analizinde tüketicinin iki mal arasındaki tercih dağılımını grafik ile kolay anlaşılabilir bir biçimde açıklamak mümkündür. Bu durumda iki eksenli bir koordinat sisteminde her eksende bir mal yerleştirilmekte ve tüketicinin tercihi grafik ile kolayca gösterilebilmektedir. Ancak iki mal varsayımı zorunla nedenlerden kaynaklanmaktadır. Tüketicinin 3 mal arasındaki tercihlerini bir grafik üzerinde göstermek istediğimiz zaman 3 boyutlu bir grafik çizilmesi gerekmektedir ki, bu da oldukça karmaşık, anlaşılması zor bir durum yaratmaktadır. Hele tüketicinin "n" adet mal arasındaki tüketim tercihlerini aynı gözlem üzerinde göstermek fiziki olarak imkânsızdır. Bu durumda geometrik izahlar yerine matematiksel modellere başvurulma zorunluluğu ortaya çıkmaktadır.

Matematiksel yöntemlerin kullanılması iktisat teorisinin sınırlarını genişleterek, daha önce cevaplandırılamayan çok değişkenli ve karmaşık nitelikteki birçok iktisadi sorunların çözümlenmesini mümkün hale getirmiştir. Aynı anda birçok değişkenin tesiri altında oluşan iktisadi olayları, hatasız olarak insan beyninin algılaması oldukça zordur. Karmaşık iktisadi sorunların çözümünde ve varsayım sonuç ilişkilerinin takibinde çoğu zaman mantık hatası yapılmaktadır. Çünkü insan beyni çok sayıdaki değişkeni ele alıp bunlar arasındaki ilişkileri inceleyebilecek kadar güçlü değildir. Bunun için matematik gibi bir yardımcıya ihtiyaç duymaktadır. Matematiksel yöntemleri sayesinde kısıtlayıcı varsayımlar yapmadan n-değişkenli genel durumu ele alıp incelememiz mümkün hale gelir. Matematiksel yöntemler varsayım sonuç ilişkilerinin takibini kolaylaştırdığı için hata yapılmasını önler, ya da yapılan hataların tespitini kolaylaştırır.

1.4. Kantitatif İktisat Ekonometri ilişkileri

Kantitatif iktisat, iktisat teorisini matematiksel yöntemler aracılığıyla kalıplar halinde formüle ederek, matematiksel bir model haline getirir ve denklemlerle ifade eder. Bu tür modellerle iktisadi değişkenler arasındaki ilişkilerin teorik bağlantıları belirlenir. Ancak matematiksel modellerde iktisadi verilerin müşahede edilip ölçülmesi söz konusu değildir. Ayrıca değişkenler arasındaki ilişkiler deterministiktir yani matematiksel iktisatta değişkenler arasında rassal değil kesin ilişkiler kurulmaktadır.

Değişkenler arasındaki ilişkilerin ölçülebilmesi için modelde yer alan değişkenlere ait verilerin toplanmasına ihtiyaç vardır. Verilerin uygun yöntemlerle toplanması ve düzenlenmesinde istatistikten yararlanılır. İstatistiki yöntemleri kullanılarak iktisadi veriler gerçeğe en yakın biçimde toplanır ve kurulan modelin değişkenleri rakamlarla ifade edilerek model işlenebilir bir hale getirilir. Bu aşamadan sonra ekonometri devreye girecektir. Ekonometri; matematiksel bir model içinde değişkenler arasındaki bağlantıları kuran katsayıların en doğru biçimde tahminini yapmaya çalışan yöntemleri geliştirip katsayı tahminlerini ve testlerini yapan bir bilim dalıdır. Ekonometrik modelde matematiksel bir modele ilaveten “hata payı” eklenmekte ve değişkenler arası ilişkiler bu sayede stokastik hale gelmektedir, dolayısıyla ekonometrik modellerde ilişkiler deterministik değil stokastiktir. Ekonometrik yöntemlerle teorik ifadelerin ampirik sonuçlarla uygunluğunu test edilmektedir. Böylece genel kabul görmüş iktisat teorilerini çeşitli ekonomilerde test etme ve geçerliliklerini sınama şansı doğmaktadır. Ekonometri, değişkenler arasındaki ilişkileri kantiteleştirirken iktisat, matematik ve istatistikten de yararlanır.

Dolayısıyla iktisat teorisinin belirlediği iktisadi ilişkiler bir model halinde ifade edildikten sonra, istatistiki yöntemlerle değişkenlere ait veriler toplanır. Bundan sonra değişkenler arasındaki ilişkileri kuran katsayılar ekonometrik yöntemlerle tahmin edilerek ekonominin yapısı ve işleyişi ortaya konur. Böylece iktisadi ilişkilerin kantiteleştirilmesinde ve bunların kullanılabilir olup olmadığının testinde ekonometrik yöntemler kullanılır. Ekonometri bu anlamda kantitatif iktisadın son aşamada yapmak istediği, iktisadi ilişkilerin kantiteleştirilme işlevini yapmış olur.

Ekonometri değişkenler arasındaki bağlantıları kuran katsayıları tahmin ederken aynı zamanda iktisat teorisini kantitatif sonuçlarla test etmektedir. Çünkü ekonometri, iktisat teorisi ile belirlenen modeli belli bir hata payı çerçevesinde tahmin edip sonuçları test eden bir bilim dalıdır. Ekonometrik yöntemlerle tahmin edilen nihai model, gelecek tahminlerinde, yapısal analizde ve iktisat politikalarına yön vermede kullanılabilecektir.

Son yıllarda ekonometri bilim dalındaki gelişmeler de dikkat çekicidir. Bilgisayar teknolojisinin gelişmesine paralel olarak kullanılan ekonometrik paket programlar sayesinde çok çeşitli analizler yapılabilmektedir. Bu da iktisadın daha iyi modellenmesini ve sonuçta daha gerçekçi tahminlerde bulunulmasını sağlamaktadır.

O halde kantitatif iktisadın aşamaları şöyle özetlenebilmektedir:

- İktisadi teorinin sözel ifadesi
- İktisadi teorinin matematiksel model halinde ifadesi
- Matematiksel modelin ekonometrik model haline getirilmesi

- Ekonometrik modelde yer alan değişkenlere ait istatistiki verilerin toplanması
- Ekonometrik modelin tahmini
- Sonuçların değerlendirilmesi ve kullanılması

SORULAR

1) İktisat teorisinin matematiksel modellerle ifade edilmesi ile uğraşan bilim dalı …………… ……………………………… dır.

2) Sözlü olarak ifade edilen iktisadın, kantitatif metotlarla açıklanmasını sağlayan bilim dalı hangisidir?

3) İktisadi değişkenlere ait veri toplanması, işlenmesi ve düenlenmesi ile ilgilenen bilim dalı aşağıdakilerden hangisidir?

- **a)** Matematiksel İktisat
- **b)** Ekonometri
- **c)** Kantitatif İktisat
- **d)** İstatistik
- **e)** Matematik

4) Deterministik olan matematiksel iktisadın stokastik biçimde ifade edilebilecek şekilde hata payı eklenerek modellenmesini ve bu modelin tahmin aşamalarını inceleyen bilim dalı ………………………….dir.

5) Ekonometri, değişkenler arasındaki ilişkileri kantiteleştirirken ………., ………………… ve …………………. yararlanır.

6) Kantitatif iktisadın aşamaları nelerdir?

7) Değişkenler arasında ilişki kuran değerlere …………………… denilmektedir.

8) Ekonometrik yöntemlerle tahmin edilen nihai model hangi amaçlarla kullanılmaktadır?

Aşağıdaki 2 sorunun doğruluk/yanlışlık durumunu değerlendiriniz.

9) Matematiksel yöntemlerin iktisatta kullanılması ile iktisat teorisi daha açık, berrak ve kesin hale getirilmektedir.

10) Ekonometri, iktisadi varsayımları sınamak amacıyla kullanılamaz.

2. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste, matematiksel modellerde yer alan unsurlar üzerinde durulmaktadır. Daha önce kantitatif iktisatta ilk aşamanın, sözlü iktisadın matematiksel hale getirilmesi olduğundan bahsedilmişti. Matematiksel bir model ise, değişkenler, parametreler ve denklemler yardımıyla ifade edilebilmektedir. Değişkenlerin, parametrelerin ve denklemlerin ayrı ayrı tanımlarının yapılıp türlerinin incelendiği bu ders, çeşitli iktisadi örneklerle de pekiştirilmektedir.

2. MATEMATİKSEL MODELLERDE YER ALAN UNSURLAR

Matematiksel modellerde genel olarak üç unsur yer almaktadır, bunlar:

1. Değişkenler
2. Parametreler
3. Denklemler

2.1. Değişkenler

İktisadi olaylarda birbirleriyle ilişki halinde olan, birbirini etkileyen unsurlara **değişken** denilir. Temel olarak 2 tür değişken vardır:

— Bağımlı değişken

— Bağımsız değişken

Bağımsız değişken: Bir iktisadi olayın meydana gelmesini sağlayan ve değeri model dışında tayin edilmiş olan değişkendir. Etkileyen değişken, eksojen değişken ya da dışsal değişken isimleriyle de bilinmektedir.

Bağımlı değişken: Değeri model içerisinde, bağımsız değişkene bağlı olarak ortaya çıkan değişkendir. Etkilenen değişken, endojen değişken ya da içsel değişken isimleriyle de bilinmektedir.

Örnek: $D = a - bP$

D: bir mala olan talep, bağımlı değişken

P: o malın fiyatı, bağımsız değişkendir.

Bir mala olan talep, o malın fiyatına bağlıdır.

Örnek: $C = \alpha + \beta Y$

C: tüketim, bağımlı değişken

Y: gelir, bağımsız değişkendir.

Tüketim düzeyi, gelire bağlıdır.

Bu örneklerde bir bağımlı ve bir bağımsız olmak üzere sadece 2 değişken modele dahil edilmiştir. Modellerde birden fazla bağımsız değişkenin söz konusu olduğu durumla daha fazla karşılaşılmaktadır. Bir bağımsız değişkenin bağımlı değişkeni etkilediği düşünülüyorsa modele dahil edilmektedir.

Örnek: $D = a - bP + cP_r$

D: bir mala olan talep, bağımlı değişken

P: o malın fiyatı, bağımsız değişkendir.

P_r: o mala rakip (ikame) olan malın fiyatı, bağımsız değişkendir.

Bir mala olan talep, o malın fiyatına ve ikame malın fiyatına bağlıdır.

2.2. Parametreler

Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasında ilişki kuran, bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkisini gösteren katsayılara **parametre** denilmektedir. 2 tür parametre vardır:

- Otonom parametre
- Davranışsal parametre

Otonom Parametre: Bağımsız değişken(ler) sıfır değerini aldığında bağımlı değişkenin alacağı değeri göstermektedir. Dolayısıyla model dışında bırakılan faktörlerin bağımlı değişken üzerindeki etkisini ifade etmektedir ve bu faktörlerin etkileri sabit kabul edilmektedir. Bu nedenle "sabit parametre" ya da "kesme terimi" ismini de alır.

Davranışsal Parametre: Bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkisini göstermektedir. Modeldeki bağımsız değişkenin bir birim değişmesi karşısında, bağımlı değişkenin ne kadar değiştiğini gösteren parametredir. "Eğim parametresi" de denilmektedir.

Davranışsal parametrenin sayısal değeri, bağımlı-bağımsız değişken arasındaki ilişkinin şiddetini; önündeki işaret ise, bağımlı-bağımsız değişken arasındaki ilişkinin yönünü göstermektedir. İşaret pozitif ise, bağımsız değişken artınca bağımlı değişken de artmakta; ilişki negatif ise, bağımsız değişken azaldıkça bağımlı değişken de azalmaktadır.

Örnek: $D = a - bP + cY$

D: bir mala olan talep, bağımlı değişken

P: o malın fiyatı, bağımsız değişkendir.

Y: gelir düzeyi, bağımsız değişkendir.

Bir mala olan talep, o malın fiyatına ve gelir düzeyine bağlıdır.

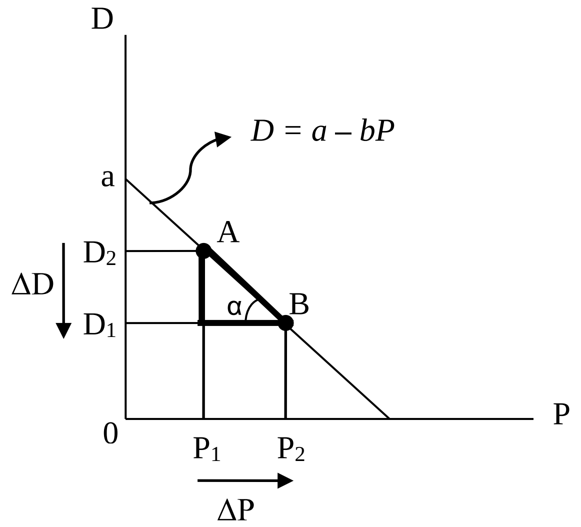
Burada,

a: otonom parametre: fiyat ve gelir dışında talebi etkileyen fakat modele alınmayan faktörleri (örneğin: rakip malın fiyatı, moda gibi) temsil etmektedir. Modele alınmayan bu faktörlerin etkileri sabit kabul edilmektedir.

b: eğim parametresi: bağlı bulunduğu fiyat değişkeninin talep değişkeni ile ilişkisini vermektedir. Önündeki işaret negatiftir, çünkü iktisat teorisine göre bir malın fiyatı artınca o mala olan talep azalmaktadır. Sayısal değeri ise, fiyat ile talep arasındaki ilişkinin şiddetini vermektedir.

c: eğim parametresi: bağlı bulunduğu gelir değişkeninin talep değişkeni ile ilişkisini vermektedir. Önündeki işaret pozitiftir, çünkü iktisat teorisine göre gelir arttıkça talep artmaktadır. Sayısal değeri ise, fiyat ile talep arasındaki ilişkinin şiddetini vermektedir.

Örnek: $D = f(P) = a - bP$ ilişkisini ele alırsak;



Şekil 2.1. Fiyat- Talep İlişkisi

Grafikte görüldüğü gibi,

a: otonom parametre eğrinin dikey eksenden uzaklığını vermektedir. Malın fiyatı sıfır olduğunda talep edilen miktarı göstermektedir.

b: davranışsal parametre negatif olduğu için eğrinin eğimi de negatiftir, fiyat arttıkça talep azalmaktadır.

$$b = \frac{D_2 - D_2}{P_2 - P_1} = \frac{\Delta D}{\Delta P} = \frac{dD}{dP} = \tan\alpha$$

Örnek: *C = f(Y) = α + βY*

C: tüketim harcamaları

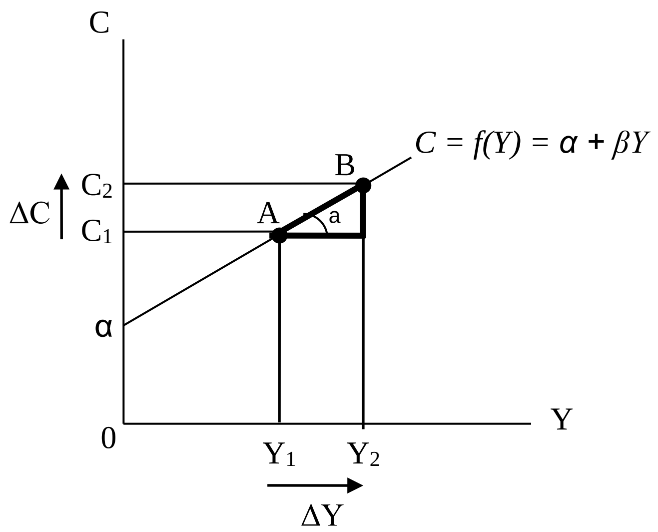
P: gelir düzeyi

Tüketim, gelire bağlıdır.

Burada,

α: otonom parametre: gelir dışında tüketimi etkileyen fakat modele alınmayan faktörleri (örneğin: servet, zevkler ve alışkanlıklar gibi) temsil etmektedir. Modele alınmayan bu faktörlerin etkileri sabit kabul edilmektedir.

β: eğim parametresi: bağlı bulunduğu gelir değişkeninin tüketim değişkeni ile ilişkisini vermektedir. Önündeki işaret pozitiftir, çünkü iktisat teorisine göre gelir artınca tüketim harcamaları da artmaktadır. Sayısal değeri ise, gelir ile tüketim arasındaki ilişkinin şiddetini vermektedir. Marjinal tüketim meylini (MCM) ifade etmektedir ve tanım aralığı 0<MCM<1 şeklindedir.



Şekil 2.2. Tüketim - Gelir İlişkisi

Grafikte görüldüğü gibi,

α: otonom parametre eğrinin eksenlerden uzaklığını vermektedir. Gelir sıfır olduğunda tüketim harcaması düzeyini ifade etmektedir, bu da bir başka ifade ile otonom tüketimdir.

β: davranışsal parametre pozitif olduğu için eğrinin eğimi de pozitiftir, gelir arttıkça tüketim de artmaktadır.

$$\beta = \frac{C_2 - C_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{\Delta C}{\Delta Y} = \frac{dC}{dY} = \tan a$$

2.3. Denklemler

Bir iktisadi olayı model haline getirebilmek için öncelikle, matematiksel kalıp halinde denklemlerle ifade etmek gerekmektedir. Değişkenler arasındaki ilişkinin parametreler ile gösterilmesine, **denklem** denilmektedir.

Örnek: Tüketim modeli

$C = f(Y) = \alpha + \beta Y + \gamma Z$

Bu denklemde bir bağımlı değişken tüketim harcamaları ve bağımlı değişkeni etkileyen gelir ve zevkler ve alışkanlıklar olmak üzere 2 adet bağımsız değişken vardır. α otonom parametre β ve γ ise eğim parametreleridir. Görüldüğü gibi denklem değişken ve parametrelerden oluşmaktadır. Tek denklemli bir model söz konusudur.

Örnek: Milli gelir modeli

$Y = C + I + G$

Bu denklem milli gelir düzeyinin (Y), tüketim harcamamaları (C), yatırımlar (I) ve hükümet harcamamaları (G) toplamından oluştuğu ifade edilmektedir. Denklemde değişkenler vardır fakat parametreler yoktur. Tek denklem söz konusudur.

Örnek: Çok denklemli makro model

$Y = C + I + G$
$C = \alpha + \beta Y$
$I = \bar{I}$

$G = \bar{G}$

Burada 4 adet denklemden oluşan bir denklem sistemi görülmektedir. Birinci denklem, milli gelir düzeyinin (Y), tüketim harcamamaları (C), yatırımlar (I) ve hükümet harcamamaları (G) toplamından oluştuğu ifade edilmektedir. İkinci denklem tüketim modelidir; tüketim harcamalarının gelir düzeyine bağlı olduğunu göstermektedir. Üçüncü denklem yatırımların sabit olduğunu ve dördüncü denklem ise hükümet harcamalarının sabit olduğunu ifade etmektedir. Birden fazla denklem söz konusudur, denklem sistemi olarak adlandırılabilmektedir.

Denklemlerin sayısı, özellikleri ve çeşitleri modelin büyüklüğüne ve ulaşılmak istenilen amaca göre değişkenlik göstermektedir. Ekonominin bütün sektörlerini ve değişkenlerini kavrayacak büyüklükte bir model hazırlanacağı gibi, sadece mikro bir ünitenin de modeli hazırlanabilmektedir.

Örneğin tüketim denklemi ele alındığında, tüketim makro boyutta hükümetlerin tüketim harcamaları olabileceği gibi, mikro boyutta kişilere ait tüketim harcamaları da olabilmektedir ve denklem buna göre kurulmalıdır.

Benzer şekilde talep denklemi ele alındığında, modelin kurulmasındaki hedef bir piyasadaki bir mala ait talep tahmini ise Neoklasik talep modeli söz konusu olur ve sadece o malın talebi olmak üzere bir tane bağımlı değişken vardır. fakat ekonominin bütün sektörlerini ve değişkenlerini kavrayacak büyüklükte bir model hazırlanmak istenildiğinde Walras modeli söz konusu olacak ve birden fazla denklem, dolayısıyla birden fazla bağımlı değişken söz konusu olacaktır.

Modelin hedefi milli gelir seviyesini tahmin etmek ise, bağımlı değişken makro ekonomik bir değişkendir. Milli geliri etkileyen değişkenlerin sayısı ve aralarındaki ilişkiler karmaşık olduğundan kurulacak modelin ölçüsü büyüktür.
Denklemler doğrusal olarak ifade edilebilirken, bazen doğrusal olmayan formlarla da karşılaşılabilmektedir.

Örnek: Doğrusal üretim denklemi

$Y = A + \alpha L + \beta K$

Bu denklemde Y üretim düzeyini, L emek ve K sermayeyi ifade etmektedir. A otonom parametre α ve β ise eğim parametreleridir. Doğrusal bir model söz konusudur. Tüm parametrelerin işaretleri pozitiftir, emek ve sermaye artınca üretim düzeyinin artacağını ifade etmektedir.

Örnek: Doğrusal olmayan üretim denklemi

$Y = AL^{\alpha} K^{\beta}$

Bu denklemde Y üretim düzeyini, L emek ve K sermayeyi ifade etmektedir. A otonom parametre α ve β ise eğim parametreleridir. Doğrusal olmayan bir model söz konusudur, parametreler denklemde üs olarak yer almıştır.

SORULAR

1) Matematiksel modelde yer alan unsurlar nelerdir?

2) İktisadi olaylarda birbirleriyle ilişki halinde olan, birbirini etkileyen unsurlara ……………….. denilmektedir.

3) Değişkenler arasında ilişki kuran katsayılara ne isim verilmektedir?

4) Değişkenler arasındaki ilişkinin parametreler ile gösterilmesine ………………… denilmektedir.

5) Değeri model dışında tayin edilmiş olan değişken ……………………………… iken, değeri model içinde tayin edilmiş olan değişken ise ……………………………… dir.

6) Sabit parametre aşağıdakilerden hangisinin diğer ismidir?

a) Bağımlı parametre
b) Otonom parametre
c) Bağımsız değişken

Aşağıdaki soruların doğruluk / yanlışlık durumlarını belirleyiniz.

7) Bağımsız değişken sıfır değerini aldığında bağımlı değişkenin alacağı değeri davranışsal parametre göstermektedir.

8) Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin yönü ve şiddeti hakkında bilgi veren parametre eğim parametresidir.

9) Denklemlerin içerisinde parametreler ve değişkenler yer almaktadır.

10) Bir denklemde bir bağımsız değişken olabilirken birden fazla bağımlı değişken olabilmektedir.

3. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste, iktisadi ilişkilerde kullanılan denklem türleri üzerinde durulmaktadır. Denklem türlerinden bahsederken ele alınan çok çeşitli iktisadi örneklerle pekiştirilmeye çalışılmaktadır.

3. İKTİSADİ İLİŞKİLERDE DENKLEM ÇEŞİTLERİ

Denklem, değişkeler arası ilişkileri göstermektedir. Kantitatif bir model yapmak için ilk olarak iktisat teorisi modelini, matematiksel kalıplar haline getirmek ve denklemlerle ifade etmek gerekmektedir. Denklemlerin sayısı, büyüklüğü ve özellikleri güdülen maksada göre değişecektir.

- Ekonominin bütününü kavrayan bir makro model yapılabileceği gibi, sadece bir olayı ele alan mikro bir model de yapılabilir.
- Tek ya da çok denklemli modeller olabilmektedir.
- İlişkiler doğrusal ya da doğrusal olmayan modellerle ifade edilebilmektedir.
- Bir bağımsız değişkeni olan basit yada çok değişkenli modeller kurulabilmektedir.

Ancak kurulacak olan modelde, değişkenler arasındaki ilişkilerin belirlenmesinde sadece matematiksel kuralların dikkate alınması yeterli olmayacaktır. Bunların yanında, modelde yer alacak denklemlerin hangi iktisadi olayı tanımladıkları ve o iktisadi olayda iktisat teorisine uygun hangi tarif ve varsayımların yapıldığı, değişkenler arasında ne tür yapısal bağlantıların bulunduğu hususları da önem taşımaktadır. Bu ve benzeri bütün hususları, modele dahil edeceğimiz denklemlere yükleyeceğimiz görevlerle açıklamak mümkündür.

Teorik ilişkilerin matematiksel kurallara uygun olarak model halinde ifade edilmesinde denklemleri yüklendikleri görevlere göre,

1) Tarifsel (tanımsal) denklemler (özdeşlikler)
2) Strüktürel (yapısal) denklemler

olarak ikiye ayırmak mümkündür.

3.1. Tarifler (Tarifsel Denklemler, Özdeşlikler)

Tarifler veya **özdeşlikler**; matematiksel bir modelle ifade edilecek olan iktisadi olayın dayandığı iktisat teorisine ve varsayımlara uygun olarak değişkenler arasındaki eşitlik veya özdeşlikleri gösteren denklemlerdir. Bir ekonominin matematiksel modeller ile ifadesinde tarifler önemli yer tutmaktadır. Model kurucusunun değişkenlerle ilgili yapmış olduğu tarifler, önceden kabul ettiği hususlar ve varsayımlar özdeşlikler veya eşitlikler halinde ayrı denklemlerde gösterilirler. Bu denklemler aynı zamanda denge şartlarının oluşmasına da hizmet ederler. İktisadi olayın matematik modeller içinde ele alınması için önce değişkenlerin nasıl tarif edildikleri ve hangi eşitlikleri sağlayacakları üzerinde durulmalıdır. Denge şartlarının gerçekleşmesi, değişkenler için yapılan tarif ve varsayımlara bağlı olduğundan modelin kurulmasında bu eşitliklerin baştan kabulü gereklidir. Tarifler veya özdeşlikler işte bu eşitlikleri gösteren değişkenlerle ilgili denklemlerdir. Bu denklemler ilgili değişkenlerin, toplama, çıkarma, çarpma gibi matematiksel işlemlerle herhangi bir katsayıya gerek kalmaksızın eşitlikler halinde bir araya getirilmesinden oluşurlar. Sadece değişkenler arasındaki eşitlik yada özdeşlikleri gösterdiğinden bu tür denklemler için katsayı hesaplanmasına gerek yoktur. Çünkü bu denklemler değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkiyi göstermezler. Sadece iktisatçıların ve model yapıcılarının bunları nasıl tarif ettikleriyle ilgili olup, bunlar tarafından önceden kabul edilen eşitlik ve özdeşliklerdir.

Özdeşlikler iktisatçının veya model yapıcısının yaptığı tarife uygun olarak, doğru olması zorunlu olan ilişkileri belirler. Bunun için de değişkenlerle ilgili analitik bir içeriğe sahip olmazlar. Özdeşlikler değişkenler arasında ne tür bir ilişkinin söz konusu olduğunu ve bu değişkenlerin belirli bir değere sahip olabilmesi için hangi tür şartların geçerli olması gerektiğini belirtmezler. Oysa değişkenler arasında ilişkilerin analitik bir biçimde ortaya konulabilmesi için bunlar arasındaki fonksiyonel ilişkilerin bilinmesi gereklidir.

Örnek: Milli gelir

Harcamalar yoluyla milli gelir

Örneğin, "makro ekonomik bir modelde, toplam gelir toplam tüketim ve toplam yatırım harcamalarından meydana gelir" şeklinde bir ifade kullandığımızda, gelirin oluşumu ile ilgili bir tarif yapmış oluruz.

1) $Y_h = C + I$

şeklindeki bir denklemle gösterdiğimiz bu ifadede;

Y_h = harcamalar yönünden milli geliri,

C = toplam tüketim harcamalarını,

I = toplam yatırım harcamalarını göstermektedir.

Diğer bir deyimle “C” fertlerin, “I” firmaların toplam harcamalarını sembolize etmektedir. Harcamalar açısından milli gelir eşitliğinin gösterildiği bu denklemde, eşitliğin iki yanındaki değişkenler arasında fonksiyonel bağlantı yoktur. Sadece eşitliğin iki yanında yer alan değişkenlerin birbirine eşit olma durumu görülmektedir. Diğer bir deyimle harcamalar açısından milli gelir hane halkı harcamaları ile firma harcamalarının toplamından meydana gelmektedir.

Kullanma yoluyla milli gelir

Kullanma açısından milli gelir ise şu şekilde ifade edilebilir:

2) $Y_k = C + S$

Y_k = kullanma açısından milli gelir,
C = toplam tüketim harcamaları,
S = toplam tasarruftur.

Bu eşitlik, kullanma açısından milli gelirin, hane halkı harcamalarının toplamı (C) ile gelirden harcanmayıp tasarruf (S) edilen kısmının toplamına eşit olduğunu göstermektedir. Görüldüğü gibi denklemde yer alan değişkenler arasında sadece eşitlik mevcut olup, fonksiyonel bağlantı bulunmamaktadır.

Harcanabilir gelir kullanabilir gelir birbirine denktir:

Harcama ve kullanma açısından milli gelir, aynı olguyu gösteren iki terim olup, milli gelirin farklı iki açıdan yapılmış tarifini gösterdiği için

3) $Y_h = Y_k$

olacaktır. Aynı şekilde bu eşitlikler yardımıyla dördüncü bir eşitlik olarak,

4) $I = S$

elde edilir. Dolayısıyla, yatırım, tasarruf eşitliği vardır. Son olarak yazılan her iki eşitlik de harcamalar ve kullanma açısından milli gelir tariflerine dayanmaktadır.

Yukarıda yer alan dört denklemde de sadece tarif icabı eşitlikler yer almaktadır. Daha doğrusu milli gelirin nasıl tarif edildiği belirtilmektedir. Denklemler de, yapılan tariflere uygun biçimde formüle edilmektedir. Bu denklemler sadece tarifleri gösterdikleri için değişkenler arasında ne tür bağlantı bulunduğu ve bu bağlantıları kuran parametre değerlerinin ne olduğu üzeride durulmamaktadır.

Burada yapılan tarifler eşitlikler halinde gösterildiği gibi özdeşlik olarak da gösterilebilir.

1) $Y_h \equiv C + I$
2) $Y_k \equiv C + S$
3) $Y_h \equiv Y_k$
4) $I \equiv S$

şeklinde gösterilen denklemler birer özdeşliktir. Bunlardan birinci denklem, harcamalar açısından milli gelirin (Y), sadece onu meydana getiren tüketim (C) ve yatırım (I) toplamına eşit değil, aynı zamanda (C+I) toplamının kendisi, yani özdeşi olduğunu ifade etmektedir. Aynı şekilde ikinci denklem kullanma açısından milli gelir ile tüketim ve tasarruf toplamları arasındaki özdeşliği, üçüncü denklem harcama ve kullanma açısından milli gelir özdeşliğini, dördüncü denklem ise yatırım tasarruf özdeşliğini ifade etmektedir.

Örnek: Toplam harcamalarla ilgili benzer bir tarif şu şekilde yapılabilir: "toplam harcama, fiyat ile satın alınan mal miktarının çarpımına eşittir."

$$H = P.Q$$

Burada H toplam harcama miktarını, P mal fiyatını, Q ise satın alınan mal miktarını ifade etmektedir. Bu denklem, değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişki olup olmadığıyla ilgilenmeksizin sadece toplam harcamaların bu çarpıma eşit olduğunu göstermektedir.

Örnek: Talep ve arz fonksiyonları ele alınarak, denge fiyatının bulunması için hazırlanan basit kantitatif piyasa modeli şöyle ifade edilebilir:

1) Bir malın talep edilen miktarı, o malın fiyatın bir fonksiyonudur:
$D = f(P)$

2) Bir malın arz edilen miktarı, o malın fiyatın bir fonksiyonudur:
$S = f(P)$

3) Piyasanın dengede olabilmesi için talep edilen miktar arz edilen miktara eşittir:

D = S

Burada D talep, S arz ve P ise fiyattır.

Üç denklemden meydana gelen bu basit piyasa modelinde, birinci ve ikinci denklem talep ve arzın fiyata bağlı olarak değiştiğini, diğer bir deyimle talep ve arzın fiyatın fonksiyonu olduğunu göstermektedir, özdeşlik değillerdir. Üçüncü denklem ise, diğerlerinden farklı olarak talep ve arz eşitliğini göstermektedir. Talebin arza eşit olması model kurucusunun önceden kabul ettiği bir varsayım, bir özdeşliktir. Model kurucusunun bu eşitlikten maksadı talebi arza eşitleyecek olan fiyatı, yani "denge fiyatını" bulmaktır. Bunun için bu modeldeki üç numaralı denklem model kurucusunun belli bir maksatla ileri sürdüğü bir varsayım, bir önşart, bir özdeşliktir.

Örnek: Toplam kar, toplam hasılattan toplam maliyetin farkı ile ifade edilebilmektedir.

$\Pi \equiv R - C$

Burada Π: kar, R: toplam hasılat ve C: toplam maliyettir.

Örnek:

C = a + bY

I = $\bar{I}$

G = $\bar{G}$

Y = C + I + G

Yukarıda 4 eşitlikten oluşan bir denklem sistemi yer almaktadır.

1. denklem: tüketim harcamalarının (C) milli gelirin (Y) bir fonksiyonu olduğunu göstermektedir. a: otonom parametre, Y=0 olması durumunda (milli gelir hiç yokken) tüketim harcamalarının değerini yani otonom harcamaları göstermektedir. b: davranışsal parametre, marjinal tüketim meylidir, gelirin 1 birim artması karşısında tüketim harcamalarının kaç birim artacağını göstermektedir.

2. ve 3. denklem sırasıyla yatırım harcamalarının otonom ve hükümet harcamalarının otonom olduğunu gösteren özdeşliklerdir. 4. denklem ise, milli gelirin tüketim, yatırım ve hükümet

harcamalarının toplamına eşit olduğunu göstermektedir, bu da bir özdeşliktir. Son 3 özdeşlikte görüldüğü gibi, özdeşliklerde parametreler yer almamaktadır.

3.1.1. Özdeşliklerin Özellikleri

1. Özdeşlikler model kurucusunun değişkenlerle ilgili tarifini varsayım ve ön şartlarını aksettirmektedir. Matematiksel modelin her iki tarafının birbirine eşitliğini ifade etmektedirler. Belli bir teoriye dayanan modelin tamamlayıcı unsurları olup, modelden kantitatif iktisat politikası için gerekli sonuçların çıkartılmasına hizmet ederler.
2. Değişkenlerin birbirlerini nasıl etkiledikleri görülmemektedir, sadece varsayımlar görülmektedir. Bir başka ifade ile fonksiyonel ilişkiler gösterilmediği için otonom ve davranışsal parametreler yer almamaktadır.
3. Özdeşlik denklemleri olmadan modellerin çoğu iktisat politikası modeli olma niteliğini kazanamazlar.

3.2. Yapısal (Strüktürel) Denklemler

İktisadi olaylar matematiksel model halinde denklemlerle gösterilirken yalnız tariflere uygun biçimde özdeşlik veya eşitliklerle gösterilemezler. Tariflerin dışında, değişkenler arasında fonksiyonel ilişkiler ve yapısal-strüktürel bağlantılar da mevcuttur. Kantitatif model bu ilişkileri de denklemler vasıtasıyla göstermektedir ki, işte söz konusu bu denklemlere yapısal denklemler denilmektedir. Ele alınan iktisadi olayın yapısal özelliklerini yansıttıkları için bu denklemlere yapısal denklemler adı verilmektedir. Yapısal denklemler model içinde değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkileri parametreler aracılığıyla gösteren denklemlerdir. Bu denklemler değişkenlerin birbirlerini nasıl, hangi yönde ve hangi şiddette etkilediğini gösterirler. Değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkiler parametreler aracılığıyla kurulduğu için, bu tür denklemlerde tahmin edilmesi gereken parametreler bulunmaktadır. Örneğin, üretim, maliyet, arz, talep fonksiyonları gibi denklemler ekonominin strüktürel yapısını göstermektedirler.

Yapısal denklemler temsil ettiği olayın yapısal özelliklerine göre üç ayrı grup halinde incelenmektedir:

a) Tekniksel denklemler
b) Davranışsal denklemler
c) Kurumsal denklemler

3.2.1. Tekniksel Denklemler

Tekniksel denklemler, değişkenler arasındaki fonksiyonel bağlantıyı teknik yönü ile ele alırlar. Bu denklemler değişkenler arasındaki teknik ilişkileri gösterdiği için, kısa dönem içinde sabit kabul edilebilirler. Kantitatif iktisadi modellerde geniş kullanım alanı bulunan bu denklemlerin en yaygın olanlarının bazıları, çeşitli üretim fonksiyonlar ile maliyet fonksiyonları ve ortalama ve marjinal maliyet ilişkileri sayılabilir. Üretim faktörleri miktar ve birleşim oranları ile üretim hacmi arasındaki bağlantıları kuran üretim fonksiyonuna ait denklemler özleri itibariyle teknik karakter taşırlar. Tekniksel denklemler kısa dönem içerisinde değiştirilemeyecek nitelik taşırlar. Belli bir teknoloji çerçevesi içerisinde teknik katsayılar sabittir.

Örnek: Üretim Fonksiyonu

Üretim fonksiyonu özü itibari ile teknolojik bağlantılar gösteren bir fonksiyondur. Kısa dönemde sabittir.

$X = f(L, K)$

$X = \alpha + \beta_1 L + \beta_2 K$

şeklinde gösterilen fonksiyon üretim fonksiyonudur. Burada X üretim miktarını belirlerken, L ve K sırası ile emek ve kapital girdilerini belirlemektedir. Söz konusu fonksiyon emek ve kapital girdileri ile üretim hacmi arasındaki tekniksel bağlantıyı kurarak, belli miktardaki emek ve kapital birleşiminden meydana gelecek üretim hacmini göstermektedir. Bu denklemler fiziki girdilerle çıktılar arasındaki ilişkiyi ifade ettiğinden teknikseldir. Burada teknolojik bir ilişki söz konusudur. Teknik denklemler cari teknoloji tarafından tayin edilirler. Ancak tekniksel ilişkilerin denklemlere yansıtılması o kadar kolay değildir. Burada sıklıkla uygulanan yollardan birisi, Leontief modeline uygun biçimde girdi çıktı tekniklerinden ve girdi katsayılarından hareket ederek endüstriler arasındaki teknolojik bağlantıları ortaya koymaktır. Emek ve sermaye gibi asli üretim faktörlerinin yanında üretimde kullanılan tüm girdileri modele dahil etmek için genellikle girdi-çıktı tablolarından yararlanılmaktadır.

$$X = min\left(\frac{X_1}{a_1}, \frac{X_2}{a_2}, ..., \frac{X_n}{a_n}\right)$$

şeklinde göstereceğimiz Leontief üretim fonksiyonunda X üretim hacmini, X_1, X_2, ……, X_N girdi miktarlarını, a_1, a_2, ……, a_N ise üretimle girdiler arasındaki teknoloji katsayılarını göstermektedir.

Girdi-çıktı tekniği ile endüstriler arası ilişki ve bağlantılarla bunların yönü ve derecesi kolaylıkla incelenebilmektedir. Bu teknik ekonomiyi sektörler itibariyle parçalamakta ve sektörler arası karşılıklı ilişkileri göstermekte fakat aynı zamanda ekonomiyi bir bütün olarak ele almaktadır.

Basitleştirmek amacıyla, j. malın üretimi için aşağıdaki eşitlik yazılabilmektedir:

$$X_j = min\left(\frac{x_{1j}}{a_{1j}}, \frac{x_{2j}}{a_{2j}}, ..., \frac{x_{nj}}{a_{nj}}\right)$$

Burada X_j: j. malın üretimini ve x_{ij}: j. malın üretimini yapabilmek için kullanılan i. girdi miktarını göstermektedir. Ayrıca, a_{ij}: j. maldan 1 birim üretmek için i. maldan ne miktar satın alınmak ihtiyacında olduğunu ifade eden teknolojik katsayıdır. Örneğin x_{12}: 2. maldan 1 birim üretebilmek için 1. maldan kullanılan miktarı göstermektedir. Girdi katsayılar matrisi herhangi bir sektörün bir birim mal veya hizmet üretimi için gerekli girdi miktarlarını gösterir. Bir ekonominin bütününe ait katsayılar tablosu ise, bütün ayrıntılarıyla ekonominin teknolojik yapısını ortaya koyar. Çok sayıda ara malı kullanılıyorsa, bu durumda üretim maliyetlerinin minimum olması için gerekli oranlar da teknik olarak bulunabilmektedir.

Yukarıdaki denklemden yararlanarak Leontief'in doğrusal kabul ettiği bu teknolojik ilişkiler basit olarak şöyle ifade edilebilmektedir:

$$X_j = \frac{x_{ij}}{a_{ij}}$$

Buradan,

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$$

$x_{ij} = a_{ij} X_j$

eşitlikleri yazılabilmektedir. Bu son eşitlik, j. endüstrinin i. endüstriden satın aldığı mal miktarını (x_{ij}) gösterir. Böylece a_{ij} katsayısı, üretim hacmi (X_j) ile aramalı girdisi (x_{ij}) arasındaki ilişkiyi kuran teknolojik katsayı olup, j. sektörün bir birim üretimi için i. sektörden yapmış olduğu direkt talebi gösterir. Bu katsayıların meydana getirdiği matrise de teknoloji matrisi adı verilmektedir. a_{ij}'lere teknik katsayılar adının verilmesine sebebi a_{ij}'lerin j. sektörde üretimi bir birim arttırabilmek için i. endüstri malına ne miktarda ihtiyaç bulunduğunu göstermesi ile ilgilidir. Görüldüğü gibi j endüstrisinin üretimi ile i malına duyulan ihtiyaç arasındaki bağlantı teknik bir bağlantı arz etmektedir. Çünkü bağlantı cari üretim tekniği tarafından belirlenmektedir. Bu ilişkileri gösteren denklemler de tekniksel denklemler olacaktır.

Genel olarak x_{ij}'ler üretim yapabilmek için girdileri ifade etmekte iseler de, girdi-çıktı tablolarında üretim faktörleri ikiye ayrılarak gösterilmektedir:

- Asli faktörler (emek, sermaye)
- Aramalı (örneğin ayakkabı üretiminde plastik, keçe, boya gibi)

Girdi-çıktı tabloları her bir sektörün üretim yapabilmesi için hangi sektörlerden ve ne miktarda ara malı alıyor, ne kadar asli faktör kullanıyor, hangi sektörlere ve ne miktarda aramalı veriyor açıkça göstermektedir.

Tablo 3.1. Girdi-Çıktı Tablosu

	1	2	3	……	n	L	K	X
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}		x_{1n}	L_1	K_1	
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}		x_{2n}	L_2	K_2	
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}		x_{3n}	L_3	K_3	
⋮								

SORULAR

1) İçerisinde parametre barındırmayan sadece denklemlerle ifade edilen denklemlere ………………………………….. denilmektedir.

2) Değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkileri gösteren denklem çeşidine ise ………………………………….. denilmektedir.

3) Yapısal denklemlerin türleri nelerdir?

4) Aşağıdakilerden hangileri özdeşliktir?

a) Y = C + I + G

b) Y = a + bY

c) D = c – bP

d) I = S

5) Yapısal denklemlere iktisadi örnekler veriniz.

6) Değişkenler arasındaki fonksiyonel bağlantıyı teknik yönü ile inceleyen denklemlere ……………………….. …………………… denilmektedir.

7) Denklemde yer alan bağımsız değişken sayısına göre denklemler …………… ve …………………………….. modeller olarak ikiye ayrılmaktadır.

Aşağıdaki ifadelerin doğruluk-yanlışlık durumlarını belirleyiniz.

8) Tekniksel denklemler uzun dönemde değişmemektedir.

9) İktisattaki tüm ilişkiler tek denklemli modellerle ifade edilebilmektedir.

10) İktisattaki ilişkiler doğrusal ya da doğrusal olmayan denklemlerle ifade edilebilmektedir.

4. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste, denklem türlerinden olarak yapısal denklemlerin alt türlerinden tekniksel, davranışsal ve kurumsal denklemler tanımlanıp çeşitli iktisadi örneklerle anlatılmaya çalışılmaktadır.

Örnek:

Stok-akım modeli

Kapital ile üretim arasında bağlantı kuran kapital katsayılarını tespit ederken üzerinde dikkatle durulması gereken bazı hususlara da vardır. Kapital bir "stok" olmasına rağmen üretim bir "akım" durumundadır. Aradaki ilişki de stok-akım ilişkisidir. Belli bir dönemde (mesela bir yıl) herhangi bir sektördeki üretim artışını (ΔX) ve bu artışı sağlayan kapital stokuna da (K) dersek aradaki stok-akım ilişkisi şu denklemle gösterilir:

$$K = \lambda\ (\Delta X)$$

denkleminde, üretim ile kapital stoku arasındaki ilişkiyi kuran kapital katsayısının (λ) değerini şöyle buluruz:

$$\lambda = \frac{K}{\Delta X}$$

Bu katsayı, kapital stoğu ile üretim arasında stok-akım bağlantısını kuran "stok-akım katsayısı" ya da "kapital katsayısı"dır.

Akım-akım modeli

Kapital stoklarının ömrü akım döneminden büyükse, bir başka ifade ile kapital stoklarının yıllık üretim gücünden tam faydalanılamıyorsa, kapital katsayılarını bulmak için "akım-akım" modelinden yararlanmak gerekmektedir. Denklem şu şekilde ifade edilir:

$$K = T\ \lambda\ (\Delta X)$$

Burada T kapital stokunun (sermaye teçhizatının) ömrüdür. Örneğin T=15 olsun, akım dönemi yani teçhizatın ömrü 15 yıldır. Makine ve teçhizatın her yıl 1/15'i kullanılmaktadır:

$$K = 15\ \lambda\ (\Delta Q)$$

Kapitalle üretim arasındaki ilişkilerde, üretimde meydana gelen değişmelerde olduğu gibi kapitalde meydana gelen değişmeler de göz önüne alınarak stok-akım ilişkisi yerine akım-akım ilişkisi ele alınabilir. Özellikle üretim kapasitesinin tam kullanılmadığı hallerde üretim dönemindeki sermaye tüketimi ile aynı dönemdeki üretim arasındaki bağlantıyı bulmak gerekir ki bu ilişki akım-akım ilişkisi olacaktır. Bu durumda söz konusu üretimi gerçekleştirmek için sermaye stokunda meydana gelen aşınma ve yıpranma sermaye girdisi, üretim hacmi çıktı olacaktır. Görüldüğü gibi akım-akım ilişkisinde kapitalin teknik ömründen ziyade, onun üretim döneminde kullanılan kısmi önem kazanmaktadır. Onun içinde bu denklemler aracılığıyla hesaplanacak kapital katsayıları, stok-akım ilişkilerini gösteren denklemler aracılığıyla hesaplanan kapital katsayılarından daha küçük çıkacaktır. Bunun sebebi de bu modelde sadece kullanılan sermayenin hesaplamalara girmesidir.

Örnek:

Sermaye Birikimi Modeli

Tekniksel denklemlerin bir grubu da sermaye ile yatırım artışları arasında bağlantı kuran denklemlerdir. Bu denklemlerde yatırım bir akım, sermaye ise stok kavramlar durumundadır.

Belli bir dönemde ekonomideki sermaye stoku (K_t) geçmiş yıllarda yapılan net yatırımların toplamından meydana gelir. Buna göre t zamanındaki sermaye stoku şu denklemle gösterilebilir:

$$K_t = \sum_{i=0}^{n} I_{t-i}$$

$$K_t = I_t + I_{t-1} + \ldots\ldots + I_{t-n}$$

denklemde, K_t: t dönemindeki sermaye stoklarını, n: denklemin kapsadığı geçmiş dönem sayısını, I_i: n dönem içinde i. yılın net yatırımını göstermektedir. I_t: cari dönemdeki net yatırımı, I_{t-1}: bir önceki yıldaki net yatırımı, I_{t-n}: n yıl önce yapılan net yatırımı ifade etmektedir. Görüldüğü gibi t yılındaki sermaye stoku, t-n yılından bu yana yapılan net yatırımların toplamından meydana gelmektedir.

Bilindiği gibi net yatırım, her yıl yapılan gayri safi yatırımlardan, sermaye teçhizatında o yıl kullanılmasından meydana gelen aşınma ve yıpranma (amortisman) payı çıktıktan sonra geriye kalan yatırım tutarıdır. Onun için net yatırım kapital stoklarında net artış meydana getiren yatırımlar olarak da tanımlanır.

Gayri safi ve net yatırım ayırımı sermaye stokunda meydana getirdiği artış yanında büyüme ve teknolojik gelişme açısından da önemlidir. Onun için yatırımlar kapital stokunda meydana getirdiği artışla beraber modernleşme anlamına da gelmektedir. Teknolojik gelişmenin önemli bir kısmı kullanılmak için yeni kapital artışlarıyla bütünleşmek zorunda olduğundan, yatırım değişen teknolojinin üretime aktarılmasını da gerçekleştirir. Bu görüşte, net yatırım yerine brüt, gayri safi yatırım daha önemlidir.Çünkü eskisinin yeni ile değişimi yeni teknolojiyi getirebilir. Gayri safi yatırımlar, içinde aşınma ve yıpranma payını karşılayan kısım olan yenileme-ikame yatırımları mevcut kapital stoklarına yeni teknolojilerin transfer edilmesini sağlarlar. Bunun için teknolojik gelişmenin hızı toplam yatırım hızı ile beraber gelişmektedir. Burada yeni yaratılan sermaye yıpranan sermayeden farklıdır. Onun için gayri safi ve net yatırımların stok içindeki önemleri değişik olacaktır.

Kapital stoklarında net artış meydana getiren yatırımlar olarak tarif ettiğimiz net yatırımlar, gayri safi-brüt yatırımlardan, aşınma ve yıpranma (amortisman) payını karşılayan yenileme-ikame ve idame yatırımları çıktıktan sonra geri kalan yatırımlardır. t dönemindeki toplam sermaye miktarı ise,geçmiş dönemlerde yapılan gayri safi yatırımlar toplamından, yine aynı dönemlerde yapılan yenileme-idame ve ikame yatırımları çıktıktan sonra geri kalan kısımların toplamından meydana gelmektedir. Bunu denklemle şöyle gösterebiliriz:

$$K_t = \sum_{i=1}^{n} \left(I_i^g - D_i \right)$$

Burada, K_t: t zamanındaki sermaye stoklarının n dönemde yapılan net yatırım toplamlarından meydana geldiğini göstermektedir. Denklemin sağ yanında yer alan I^g: gayri safi (brüt) yatırımları D_i: ise yenileme yatırımlarını yani sermaye stoklarında meydana gelen aşınma ve yıpranmaları karşılamak için yapılan ikame yatırımlarını ifade etmektedir.

Yenileme yatırımları ile sermaye stokları arasında fonksiyonel bir ilişki vardır. Diğer bir deyimle, yenileme yatırımlarının seviyesi kapital stoku tarafından tayin edilir. Bunu denklemle şöyle ifade edebiliriz;

$D_i = \delta K_i$

ve

$\delta = D_i / K_i$

Burada, δ, yenileme yatırımları katsayısı (ikame katsayısı) olup sabit bir değeri ifade etmektedir. Ancak kapital stokunda (K_i), her yıl meydana gelen yeni net yatırımlar dolayısıyla artışlar meydana geldiğinden, yenileme yatırımlarının da (D_i) miktarı artacaktır. D_i'nin hacmi kapital stoklarına (K_i) ve yenileme yatırımları katsayına (δ) bağlı olacaktır.

Gayri safi yatırımlar, net yatırımlar ve yenileme yatırımları toplamından oluşmaktadır. Daha öncede söylendiği gibi net yatırımlar kapital stokunda net artış meydana getiren yatırımlar olduğu için her bir dönemdeki net yatırımı kapital stokunda meydana gelen artış olarak ele alabiliriz.

$$I_i^g = \left(K_{i+1} - K_i\right) + D_i$$

veya

$$I_i^g = \Delta K_i + D_i$$

Yukarıdaki her iki denklemin sol yanında yer alan gayri safi yatırım tutarı, i+1 ve i dönemleri arasındaki kapital stokundaki artıştan (K_{i+1} -K_i) ve yenileme yatırımlarından (D_i) meydana gelmiştir.

3.2.1.1. Tekniksel Denklemlerin Özellikleri

1) Değişkenler arasındaki bağlantıyı teknik olarak ele alır, cari teknoloji tarafından tayin edilir.
2) Tekniksel denklemler kısa dönemde değişmezler.
3) Belli bir teknoloji çerçevesinde tekniksel katsayılar sabittir.

3.2.2. Davranışsal Denklemler

İktisadi ilişkilerde bazı bağlantılar objektif faktörlerin dışında, sübjektif faktörlerin tesirinde kalabilir. Sübjektif faktörler ise, daha çok ferdi davranışlarla ilgilidir. Bu durumda ferdi davranışların denklemlerle gösterilmesi gerekli olacaktır. Fertlerin davranışlarını değişkenler arasındaki ilişkiler olarak ifade eden denklemlere "Davranışsal Denklemler " adı verilir. Bu tür denklemlerde ferdin davranışları, değişkenler arasındaki temel unsuru oluşturur. Tasarruf fonksiyonu, tüketim fonksiyonu, talep fonksiyonu, arz fonksiyonu, yatırım fonksiyonu davranışsal fonksiyonlara örnektir. Davranışsal fonksiyonlarda değişkenler arasındaki ilişkilerin belirlenmesinde ferdin karar ve tercihleri, onun sübjektif davranışları etkili olmaktadır. Ferdi davranışlarda sosyolojik, psikolojik, kültürel faktörler büyük rol oynamaktadır. Bunun için bu tür bağlantılar ve bunları ifade eden denklemler büyük miktarda davranışların tesiri altındadır.

Örnek:

Tasarruf Fonksiyonu

Örneğin bir ferdin tasarrufu onun vereceği sübjektif kararlara bağlıdır. Gerçi tasarruf yapılmasında gelir seviyesi, asgari gerekli harcama miktarı gibi objektif kriterler de rol oynar. Ancak belli bir gelirden çok veya az tasarruf yapılması ferdi davranışlarla yakından ilgilidir.

$S = f(Y) = c + dY$

Tasarruf fonksiyonunu ifade eden bu denklemde S: herhangi bir kişinin tasarruf miktarını, Y: gelirini ve d: o kişinin tasarruf eğilimini göstermektedir. Tasarruf eğilimi büyük miktarda o kişinin davranışıyla ilgilidir. Belli gelir seviyesinde kişinin yapacağı tasarruf kendi davranışının bir fonksiyonudur. Harcama meyli yüksek, gösterişi ve harcamayı seven bir kişinin tasarruf meyli, aynı gelir grubunda tutumlu geleceği için tasarruf etmeyi seven başka birinde daha düşüktür. Aynı gelir grubunda olmalarına rağmen iki kişinin tasarruf eğilimleri ve tasarruf miktarlarının farklı olmasının nedeni iki kişinin davranışlarının farklı olmasındandır. Diğer bir deyimle bu farklılık kişinin davranışsal özelliğinden kaynaklanmaktadır.

Örnek:

Talep ve Arz Fonksiyonları

İktisat teorisine göre, bir malın fiyatı düşerse tüketiciler daha fazla o maldan talep edeceklerdir. Bu da bir davranış şeklini ifade eden bir fonksiyondur.

$D = f(P)$

Arz fonksiyonu da benzer şekilde davranışlara bağlı bir fonksiyondur:

S = f(P)

Burada, D talebi, S arzı ve P fiyatı, f fiyatla talep arasındaki fonksiyonel ilişkiyi ifade etmektedir. Bir malın fiyatı arttığında, tüketicilerin o mala karşı talebi azalır veya malın fiyatı düştüğünde talebi artar hipotezi fiyat değişmeleri karşılığında tüketicinin davranışıyla ilgili bir hipotezdir. Aynı şekilde arz fonksiyonunda fiyattaki değişmelere karşı üreticilerin arz miktarını değiştirmeleri de üretici davranışıyla ilgilidir. f: fiyat değişmeleri karşılığında tüketici ve üreticilerin eğilimlerini göstermektedir. Her bir tüketici veya üreticinin eğilimleri farklı olduğu için, f her birey için farklı olacaktır. Örneğin, üreticinin düşük veya yüksek fiyata razı olması, az veya çok üretim yapma arzusu ileri veya geri teknoloji ile çalışması yüksek kazanca düşkün olup olmaması gibi amiller arz fonksiyonunda etkili olacak ve bundan dolayı da f her bir üretici için farklı olacaktır.

Örnek:

Tüketim Fonksiyonu

Davranışsal denklemlere diğer bir örnek makro ekonomik tüketim fonksiyonudur. Keynes tüketim fonksiyonunu şöyle açıklamıştır:

> “Halkın tüketim mallarına harcadığı miktar, kısmen gelire, kısmen mevcut koşullara, kısmen de kişisel gereksimlere ve psikolojik eğilimlere, alışkanlıklara bağlı bulunmaktadır”.

Tüketim, kullanılabilir gelirin doğrusal fonksiyonu olarak kabul edildiğinde bunu denklemle şu şekilde ifade edebiliriz;

$C = a + b(Y-T)$ $\qquad$ $Y_h = Y-T$

$C = a + bY_h$

Burada; C tüketim miktarı, Y milli gelir, Y_h kullanılabilir gelir, T toplam vergilerdir. a ve b ise parametreleri ifade etmektedir. a otonom parametre, yani kullanılabilir gelirin dışındaki sebeplere dayanarak yapılan tüketim harcamalarını, başka bir deyimle, kullanılabilir gelir sıfır iken tüketim harcamalarının ne kadar olacağını, b ise kullanılabilir gelirle tüketim harcamaları arasında ilişki kuran davranışsal parametreyi, yani kullanılabilir gelirin bir birim değişmesi halinde tüketimin kaç birim değişeceğini göstermektedir. İktisatta bu davranışsal parametreye marjinal tüketim eğilimi denilir.

Bu şekilde ifade edilen tüketim fonksiyonunu matematiksel model halinde doğrusal bir denklemle gösterdiğimizde, davranışsal özelikleri de ifade etmiş oluruz. Bu özellikleri şu şekilde sayabiliriz:

1- Tüketim, kullanılabilir gelirin doğrusal ve artan bir fonksiyonudur ($b>0$).
2- Tüketim fonksiyonunun eğimini veren dC/dY_h marjinal tüketim meyline (b) ye eşittir ve değeri, sıfır ile bir arasında bulunmaktadır ($0<b<1$).
3- Otonom parametrenin değeri sıfırdan büyüktür ($a>0$). Bu ilişki tüketim harcamalarının cari kullanılabilir gelirden daha yüksek olacağını ifade eder. Bunun için ortalama tüketim meylinin değeri marjinal tüketim meylinden daha büyüktür.

Burada tüketim fonksiyonu gelirden bağımsız tüketim (a) ve gelire bağımlı tüketim (bY_h) olmak üzere ikiye ayrılabilir.

Örnek: Yatırım Fonksiyonu

$I = f(Y)$ → yatırımlar gelirin bir fonksiyonudur.

Yatırım eğiliminin tayininde davranışların büyük rolü vardır. Yatırımcıların uzun vadeli görüşe sahip olup olmadıkları, risk yüklenme eğilimleri (yatırımlarında güven aramaları, çabuk kazanca düşkün olup olmamaları) gibi sübjektif faktörler yatırım kararlarında önemli rol oynamaktadır. Bu nedenle yatırım fonksiyonu "tekniksel" olduğu kadar "davranışsal" bir nitelik de taşımaktadır. Dolayısıyla, denklemlerin tayininde davranışsal faktörlerin etki derecelerini tayin edebilmek oldukça güçtür, çünkü davranışsal faktörler dışında başka etkileyici değişkenlerde olabilmektedir. Yatırım fonksiyonunda talep artışı, faiz haddi, kapital hasıla oranı gibi objektif faktörlerin yanında yatırımcı davranışı gibi sübjektif faktörler de rol oynamaktadır. Davranışsal faktörleri diğer faktörlerden ayırabilmek için bazı varsayımlar yapmak ve bazı şartları kabul etmek gerekmektedir.

3.2.3. Kurumsal Denklemler

Değişkenler arasındaki bazı bağlantılar ekonomik sistem içinde kurumların davranışlarıyla ilgilidir. Bu durumda değişkenler arasındaki ilişkileri analiz ederken, kurumların davranışlarını da hipotezlere dahil etmek ve model kurulurken bunları da denklemler halinde ifade etmek gerekir. İşte kurumların iktisadi sistem içindeki davranışlarını ifade eden denklemlere kurumsal denklemler adı verilir. Bu denklemler kurumsal parametrelerin değişkenler üzerindeki etkilerini gösterir. Kurumların özellikleri, onların ekonomik etkileri ve kurumlarla ilgili her türlü bağlantılar bu tür denklemlerle gösterilir. Bankaların faiz hadleri, kanuni ve ihtiyari ihtiyat oranları, vergi politikası karşısındaki davranışları, kurumsal davranış özelliklerini ifade eder. Bunların iktisadi modellerde denklemlerle ifade edilmeleri gereklidir.

Örnek: Vergi iktisadi bir olay olarak devlet harcamalarına, bireylerin tüketim harcamalarına, kurumların yatırımlarına tesir eder. Vergi oranları devletin vergi gelirlerini tayin eden asli unsurlardan biridir. Verginin çeşidi, vergi haddinin büyüklüğü ve sosyal gruplara dağılışı toplumdan topluma değişmektedir. Vergi oranların yüksek olması vergi gelirlerinin yüksek olmasını sağlar. Bu durumda bireylerin ve kurumların kullanabilecekleri gelir o nispette düşecektir. Buna göre harcanabilir gelir, toplam gelirden vergi hasılatı çıktıktan sonra geriye kalan kısımdır.

Makro değerler olarak aldığımızda bir ekonominin harcamaya elverişli geliri milli gelirden toplam vergi ödemeleri çıktıktan sonra geriye kalan kısımdır şeklinde tarif edebiliriz:

$Y_h = Y - T$

Milli gelir ile vergi hasılatı arasındaki ilişkiyi şu şekilde ifade edebiliriz:

$T = tY$

Burada T toplam vergi hasılatını, Y milli geliri, t ise marjinal vergi haddi ifade etmektedir. Denklemde t kurumsal bir parametre olarak modele girmiş ve kurumsal bağlantıların tayininde rol almıştır. Özel tüketim harcamaları da toplam gelirin değil, vergi çıktıktan sonra geriye kalan kullanılabilinir gelirin fonksiyonu olduğundan, toplam gelirden vergi gelirlerini çıkararak harcamaya elverişli gelirin bulunması gerekir. Kullanılabilir gelir:

$Y_h = Y - tY$

veya

$Y_h = (1-t)Y$

olduğundan tüketim fonksiyonu da şu şekilde gösterilir:

$C = f(Y_h)$

$C = a + bY_h$

$C = a + b(Y - T)$

$C = a + b(1 - t)Y$

Görüldüğü gibi tüketim harcanabilir gelirin fonksiyonu olarak ele alınmakla beraber, burada milli gelir ve marjinal vergi haddi de etkili olmaktadır. Son yazılan tüketim fonksiyonunda, bir yandan davranışsal özellikler yer alırken diğer yandan da kurumsal özellikler yer almaktadır. Dolayısıyla Y, hem kurumsal ve hem de davranışsal unsurları bir araya getirmektedir.

Örnek: Toplam tasarruf, kullanılabilir gelir ve tasarruf alışkanlıkları gibi faktörlerin yanında, kurumsal faktör olan sermaye piyasasına da bağlı olabilmektedir:

$S = f(A)$

Burada A kurumsal bir faktördür, sermaye piyasasının özelliklerini yansıtmaktadır. Gelişmiş bir sermaye piyasası, halk tasarruflarına ödenecek karşılığı yükselterek belli bir seviyede tasarruf eğilimi çerçevesinde yapılacak tasarrufları çoğaltabilmektedir.

Örnek: Para ekonomisinde para talebi, kısmen muamele saiki ile tutulan gelir nispetine bağlıdır:

Muamele saiki = kY

k, bir davranış şeklini belirlemektedir. Halkın efektif olarak ödediği nakit para talebi genellikle kurumsal kararlarla tayin edilmektedir. Kurumsal kararlar değişmediği takdirde, muamele saiki ile para talebindeki değişmeler ağır basmaktadır.

SORULAR

1) Aşağıdaki değişkelerden hangileri stok, hangileri akım değişkenlerdir?

- Kapital
- Üretim
- Yatırım
- Tasarruf

2) Aşağıdakilerden hangisi(leri) tekniksel denklemlerin özelliklerinden değillerdir?

- Cari teknoloji tarafından tayin edilir.
- Kısa dönemde değişmezler.
- Uzun dönemde değişmezler.
- Belli bir teknoloji çerçevesinde tekniksel katsayılar sabittir.

3) Davranışsal denklemlerde ………………. davranışlar rol oynamaktadır.

4) Aşağıdakilerden hangisi(leri) davranışsal denklemlere örnek olarak verilemez?

- Tasarruf fonksiyonu
- Maliyet Fonksiyonu
- Tüketim fonksiyonu
- Talep fonksiyonu
- Arz fonksiyonu
- Üretim fonksiyonu

5) Kurumsal denklemler …………………………. davranışları ile ilgilidir.

6) Yatırım fonksiyonları aşağıdaki hangi denklem çeşidine girmektedir.

1. Kurumsal denklem
2. Tekniksel denklem
3. Davranışsal denklem
4. Tarif

a) Sadece 3
b) 1 ve 4
c) 2 ve 3
d) 1,2 ve 3
e) Hepsi

7) Aşağıdakilerden hangisi tüketim fonksiyonunun özelliklerindendir?

- Tüketim, kullanılabilir gelirin azalan bir fonksiyonudur .
- Marjinal tüketim meylinin tanım aralığı verilemez, her örnek için değişmektedir.
- Doğrusal tüketim fonksiyonunda eğim parametresi otonom tüketimi vermektedir.
- Otonom parametrenin değeri sıfırdan büyüktür.

8) Harcanabilir geliri nasıl tanımlarsınız?

9) Tüketim modeline vergiler nasıl dahil olur? Denklemlerle gösteriniz.

10) Gayri safi yatırımlar, ……………………. ile …………….. yatırımları toplamından oluşmaktadır.

5. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste çeşitli örneklerle doğrusal denklemlerden bahsedilmektedir. Doğrusallığın tanımlanması, belirlenmesi ve doğrusal denklemlerin grafikleri üzerinde durulmaktadır.

4. DOĞRUSAL DENKLEMLER

İktisat bir malın fiyatı, üretim miktarı, milli gelir düzeyi, yatırım miktarı gibi ölçülebilen unsurlar arasındaki ilişki ile ilgilenmektedir. Örneğin yatırımlarda meydana gelen artışın milli geliri ne kadar arttıracağı; faiz haddinde yapılacak indirimin tasarruf oranını nasıl azaltacağı gibi ekonomik unsurlar arası ilişkileri incelemek iktisadın temel görevidir.

İktisatta iki unsur arasında saptanan ilişki, matematiksel yönden bir noktanın koordinatlarını saptamakla eşanlamlıdır. Koordinatları belirlenen noktalar birleştirildiğinde bir doğru ya da bir eğri elde edilmektedir. Böylece kantitatif iktisatta denklemler doğrusal denklemler ya da doğrusal olmayan denklemler olmak üzere iki farklı şekilde kurulabilmektedirler.

Bir denklem parametrelerine ya da değişkenlerine göre doğrusal olabilmektedir.

- Parametreler birbiriyle çarpılmamakta, bölünmemekte, üs olarak yer alamamakta ise denklem parametrelerine göre doğrusaldır. Eğer denklem parametrelerine göre doğrusal değilse "doğrusallaştırılamayan denklemler" grubuna girmektedir. β_k^2, $1/\beta_k$ gibi.
- Değişkenler aritmetik seri özelliği gösteriyorsa, benzer şekilde değişkenler birbiriyle çarpılmamakta, bölünmemekte, üs olarak yer alamamakta ise denklem değişkenlerine göre doğrusaldır. Eğer denklem parametrelerine göre doğrusalken değişkenlerine göre doğrusal değilse "doğrusallaştırılabilen denklemler" grubuna girmektedir. Denklem yapılan dönüşümlerle doğrusallaştırılabilmektedir.

Bu derste denklemin parametrelerine göre doğrusal olduğu durumda değişkenlerine göre doğrusallık durumu ile ilgilenilecektir. Parametrelerde doğrusallık üzerinde durulmayacaktır.

Örnekler:

1) $Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1$ parametrelerine ve değişkenlerine göre doğrusaldır.

2) $Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_1^2$ parabolik denklemdir. Parametrelerine göre doğrusaldır, değişkenlerine göre doğrusal değildir. Doğrusallaştırılabilir.

3) $Y = \alpha_0 X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2}$ logaritmik denklemdir. Parametrelerine göre doğrusaldır, değişkenlerine göre doğrusal değildir. Doğrusallaştırılabilir.

$$log\,Y = log\,\alpha_0 + \alpha_1\,log\,X_1 + \alpha_2\,log\,X_2$$

4) $Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1^{\beta_1} + \alpha_2 X_2^{\beta_2}$ Parametrelerine ve değişkenlerine göre doğrusal değildir. Doğrusallaştırılamaz.

5) $Y = \alpha_1 e^{\beta_1 X_1} + \alpha_2 e^{\beta_2 X_2}$ Parametrelerine ve değişkenlerine göre doğrusal değildir. Doğrusallaştırılamaz.

6) $Y = \dfrac{\alpha}{1+\beta e^{-kX_i}}$ lojistik modeldir. Parametrelerine ve değişkenlerine göre doğrusal değildir. Doğrusallaştırılamaz.

7) $Y = \beta_1 + \dfrac{\beta_2}{X_1 + \beta_3} + \beta_4 X_2$ Parametrelerine ve değişkenlerine göre doğrusal değildir. Doğrusallaştırılamaz.

4.1. Doğrusallığın Belirlenmesi

Bağımlı ve bağımsız değişken aritmetik dizi özelliği gösteriyorsa, bu iki değişken arasındaki ilişki doğrusal bir kalıpla ifade edilebilmektedir. Doğrusallık durumu kısmi türeve göre belirlenebilmektedir. Eğer bir denklem değişkenlerine göre doğrusalsa, 1. türevi bir sabite eşittir, bir başka ifade ile her bir bağımsız değişkenin bağımlı değişkeni etkileme katsayısı sabittir.

Örnek: $Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2$ denkleminin doğrusallık durumunu inceleyelim.

$\dfrac{\partial Y}{\partial X_1} = \alpha_1$, $\dfrac{\partial Y}{\partial X_2} = \alpha_2$ olduğundan Y, hem X_1'e hem de X_2'ye göre doğrusaldır.

Örnek: $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_2^2$ denkleminin doğrusallık durumunu inceleyelim.

$\dfrac{\partial Y}{\partial X_1} = \beta_1$, $\dfrac{\partial Y}{\partial X_2} = \beta_2 + 2\beta_3 X_2$ Y, X_1'e göre doğrusalken X_2'ye göre doğrusal değildir.

4.2. Doğrusal Fonksiyonların Grafiği

Doğrusal fonksiyonlarda eğim, bağımsız değişkenin katsayısıdır, bağımlı değişkenin bağımsız değişkene göre birinci türevidir ve doğrunun her noktasında eğim sabittir, değişmez.

$$Y = f(X) = a + bX$$

$\frac{\partial Y}{\partial X} = b =$ bağımsız değişkenin kaysayısı=eğim

Verilen bir denklemin grafiği çizilirken şu aşamalardan geçilir:

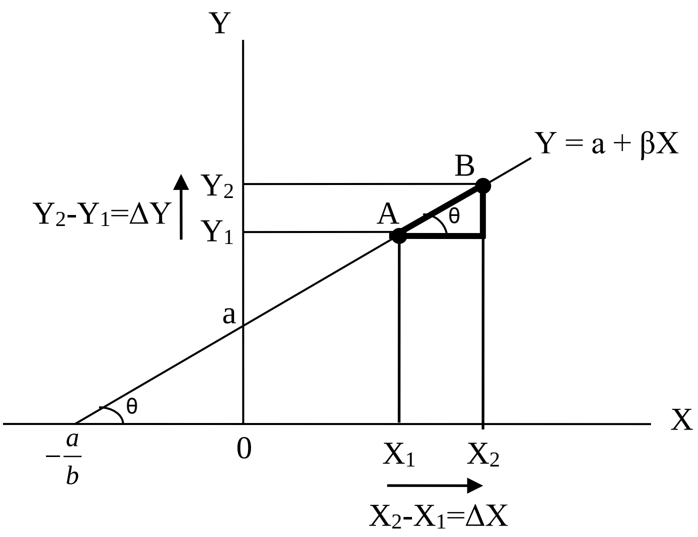
1. Y ekseninin kesim noktası bulunur:

X = 0 iken Y = a

2. X ekseninin kesim noktası bulunur:

Y = 0 iken Y = $-\frac{a}{b}$

Bu iki noktalarından yani, (0, a) ve $\left(-\frac{a}{b}, 0\right)$ noktalarından bir doğru geçer.



Şekil 4.1. $Y = a + bX$ 'in Grafiği

$$Y = f(X) = a + bX$$
$$Y_1 = f(X_1) = a + bX_1$$
$$Y_2 = f(X_2) = a + bX_2$$

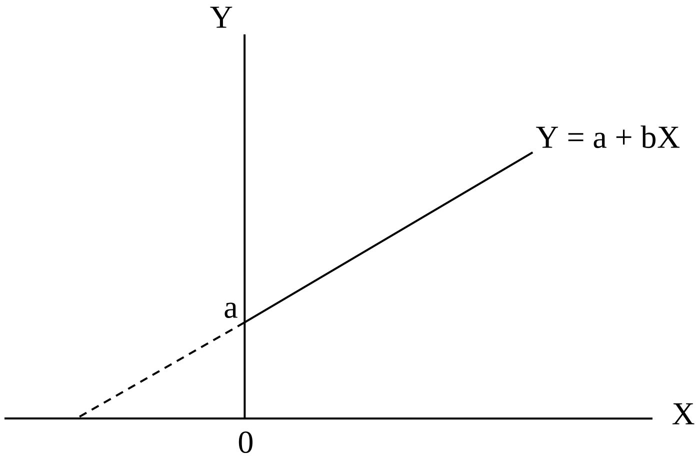
$$Y_2 - Y_1 = a + bX_2 - (a + bX_1)$$
$$\Delta Y = b\Delta X$$

$b = \dfrac{\Delta Y}{\Delta X} = tan\,\theta$ X'de meydana gelecek bir birimlik değişik için Y'de meydana gelecek değişikliği göstermektedir, eğimdir.

O halde b, $Y = a + bX$ doğrusunun eğimidir ve Y'de meydana gelen değişikliğin (ΔY), X'de meydana gelen değişikliğe oranıdır. İlgilenilen doğru olduğundan $\dfrac{\Delta Y}{\Delta X}$ oranı sabittir, eğim sabittir, doğrunun tüm noktaları için aynıdır. b hem ilişkinin şiddeti de hem de yönü hakkında bilgi vermektedir; b>0 ise eğim pozitif; b<0 ise eğim negatiftir.

Örnekler:

1) $Y = a + bX$ denkleminin grafiği:



a > 0

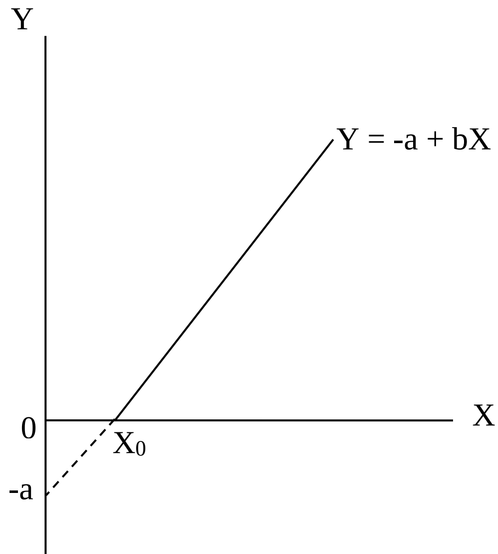
b > 0

örnek: tüketim modeli

a otonom tüketimdir.

Şekil 4.2. $Y = a + bX$ 'in Grafiği

2) $Y = -a + bX$ dekleminin grafiği:



a < 0

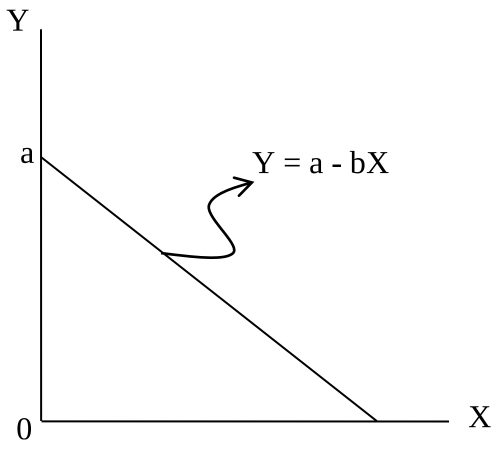
b > 0

örnek: arz modeli

arzı 0 yapan fiyat seviyesi X_0'dır, bunun altında arz olmaz.

Şekil 4.3. $Y = -a + bX$ ’in Grafiği

3) $Y = a - bX$ dekleminin grafiği:



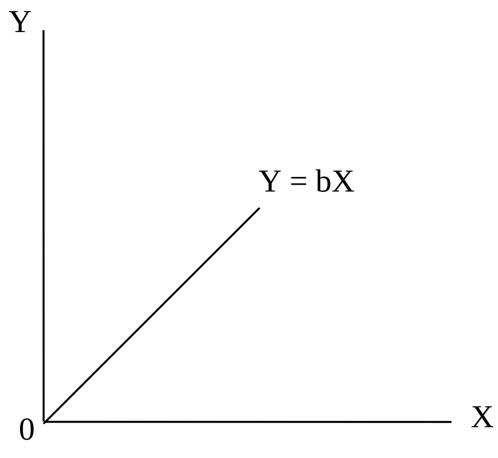
a > 0

b < 0

örnek: talep modeli

Şekil 4.4. $Y = a - bX$ ’in Grafiği

4) $Y = bX$ dekleminin grafiği:



a = 0

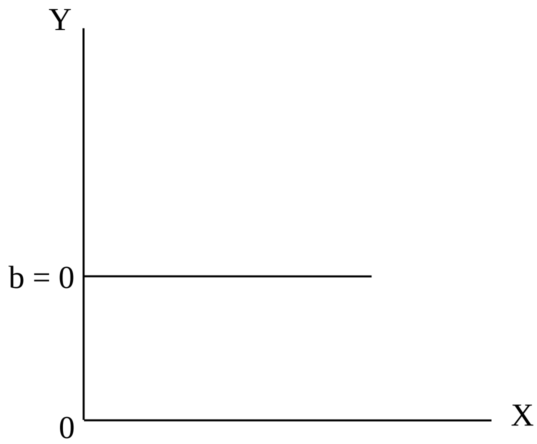
b > 0

örnek: harcanabilir gelir

Yh = Y-T = Y-tY = (1-t)Y

Şekil 4.5. $Y = bX$ ’in Grafiği

5) Y = a olduğu durum;



a > 0

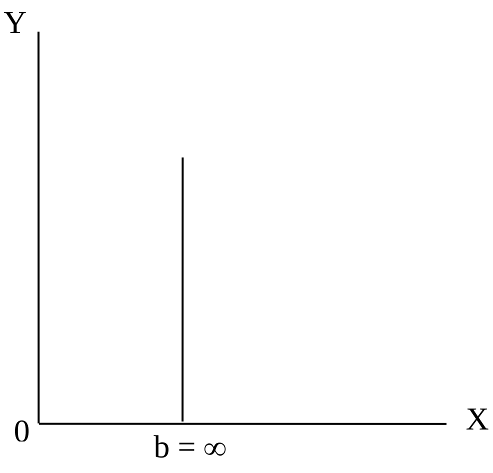
b = 0

eğim sıfırdır.

bağımsız değişken ile bağımlı değişken arasında ilişki yoktur.

Şekil 4.6. $Y = a$ 'nın Grafiği

6) b = ∞ olduğu durum;



a = 0

b = ∞ (belirsiz)

eğim belirsizdir, sonsuzdur.

bağımsız değişkenin tek bir değerine karşılık bağımlı değişken sonsuz değer almaktadır.

Şekil 4.7. b = ∞'un Grafiği

4.3. Doğrusal Fonksiyonların Belirlenmesi

İktisatta bir değişkenin diğer bir değişken ile ilişkilendirilmesi, bir noktanın koordinatlarının ve dolayısıyla doğrunun genel denkleminin belirlenmesi ile eşanlamlıdır. Doğrunun denklemini bilmek iktisatçılar için oldukça önemlidir, çünkü deney yapma olanağına sahip bulunamayan iktisatçı genel denklemler yardımıyla ekonomik olayları analiz etmeyi ve belli amaçlara yönelik iktisat politikalarını saptamayı başarabilir.

Örneğin bir piyasada belli bir zamanda bir malın fiyatı 80 TL iken talebi 10 birim, fiyatı 60 TL iken talebi 20 birim olsun. Bu tespitlerden hareketle yaşanmamış olaylar hakkında karar verilebilir. "Fiyat 20 TL artarsa, talep ne kadar olur" gibi sorulara cevap verilebilir.

Fiyat (P)	Talep(D)
80	10
60	20
100	?
40	?

Bu gibi sorulara cevap verebilmek yani doğrunun denklemini belirleyebilmek için birçok metod kullanılabilmektedir.

4.3.1. Deney Yöntemi

Bilgisi edinilmek istenilen fiyat seviyeleri eğer imkan varsa piyasada uygulanır ve talep miktarı gözlenir. Fiyat 100'e çıkarılır, 40'a düşürülür ve piyasada gözlenir. Fakat genelde bu tarz uygulamalar mümkün olmaz.

4.3.2. Tahmin Yöntemi

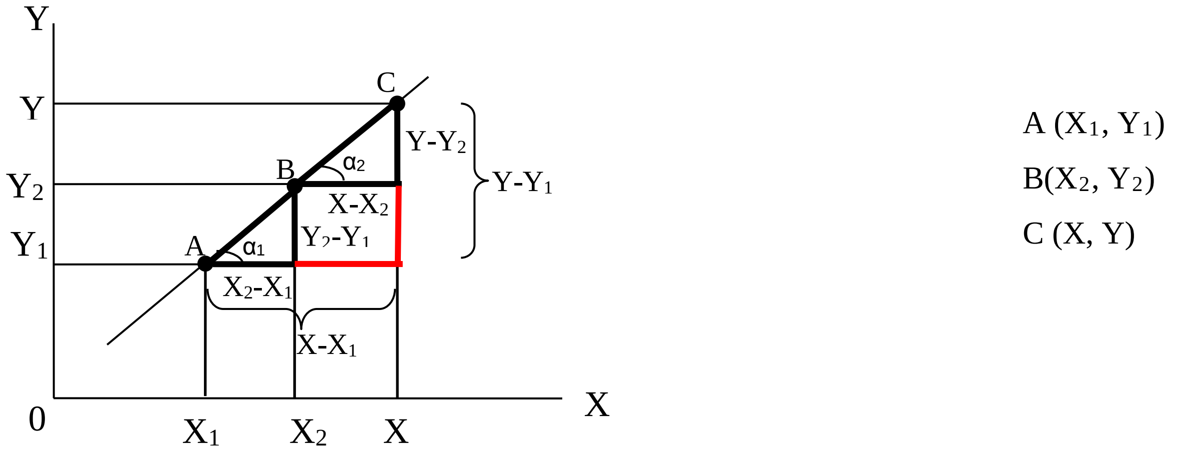
Daha önceki zamanlarda gerçekleşmiş olan fiyat-talep ilişkileri incelenerek tahminde bulunulur. En çok kullanılan yöntemlerden bir tanesidir, fakat kesin değer bulunamaz, yaklaşık değer tahmin edilir.

4.3.3. Geometrik Yöntem

Bu yöntemde doğrunun genel denkleminden yararlanılır. Geometrik belirleme yönteminin çeşitli türleri vardır.

4.3.3.1. İki Nokta Yöntemi

Eğer iki değişken arasında (X, Y) iki ayrı zamana ait ilişki belirlenmişse, yani geometrik olarak A ve B gibi iki ayrı noktanın koordinatları belirlenmişse [$A(X_1, Y_1)$ ve $B(X_2, Y_2)$ gibi] bu iki noktadan geçen doğrunun denklemi şöyle bulunabilir:



Şekil 4.8. İki Nokta Yöntemi

A ve B noktalarından geçen doğrunun eğimi;

$$tan\,\alpha_1 = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

Aynı doğru üzerinde koordinatları C(X, Y) olan üçüncü bir doğrunun eğimi;

A ve C noktalarından geçen doğrunun eğimi: $tan\,\alpha_1 = \dfrac{Y - Y_1}{X - X_1}$

B ve C noktalarından geçen doğrunun eğimi: $tan\,\alpha_2 = \dfrac{Y - Y_2}{X - X_2}$

Doğrudan bahsedildiği için doğrunun her noktasında eğim aynıdır, dolayısıyla α_1 ve α_2 açıları birbirine eşittir ($tan\alpha_1 = tan\alpha_2$);

$$\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y - Y_2}{X - X_2} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

Buradan da;

$$Y - Y_1 = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}\left(X - X_1 \right)$$

elde edilir, bu doğrunun genel denklemidir.

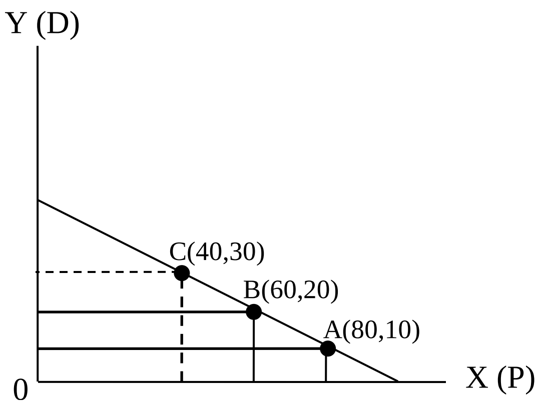
İktisatçı için temel sorun bu yaşanmış A ve B noktalarını tespit etmek değil, henüz yaşanmamış olan ve deneyin imkansız olduğu bir durumu tespit etmektir.

Örnek: Aşağıdaki bilgilerden hareketle talep denklemini bulunuz ve fiyat 40 TL iken talep kaç birim olur?

Fiyat (P)	Talep(D)
80	10
60	20
40	?

A (X_1=80, Y_1=10)

B (X_2=60, Y_2=20)



Şekil 4.9. Talep Doğrusu

A ve B noktalarından geçen doğrunun genel denklemi;

$$Y - Y_1 = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}\left(X - X_1 \right)$$

$$Y - 10 = \frac{20 - 10}{60 - 80}\left(X - 80 \right)$$

$Y = 50 - \frac{1}{2}X$ A ve B noktalarından geçen doğrunun genel denklemidir.

$D = 50 - \frac{1}{2}P$

P= 40 iken $D = 30 \left(D = 50 - \frac{1}{2}40 \right)$'dur. Fiyat 40 TL iken, maldan talep edilen miktar 30 birimdir.

SORULAR

1. Parametrelerine ve değişkenlerine göre doğrusallık kavramlarından ne anlıyorsunuz? Açıklayınız.
2. Aşağıdaki denklemlerin değişkenlerine ve parametrelerine göre doğrusal olup olmadıkları hakkında önsel olarak ne söyleyebilirsiniz?

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{X_1}{X_2}$$

$$log\,Y = log\,\alpha_0 + \alpha_1\, log\, X_1 + \alpha_2\, log\, X_2$$

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1^{\beta_1}$$

$$Y = \frac{1}{1 + \beta e^{-\alpha X_i}}$$

3. Aşağıdaki denklemin değişkenlerine doğrusallık durumunu ispat ederek inceleyiniz.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_2^2$$

4. $Y = -\alpha_0 + \alpha_1 X$ denleminin grafiğini çiziniz.
5. Doğrusallık durumunun belirlenmesi için deney yöntemi kullanmak her zaman mümkün müdür? Neden?
6. Doğrusallık durumunun belirlenmesi için kullanılan geometrik yöntemden iki nokta yöntemini grafik üzerinde açıklayınız.

Aşağıdaki tabloya göre 7-9. soruları cevaplandırınız.

Fiyat (P)	Talep(D)
40	5
30	10
50	?
20	?

7. İki nokta yönteminden yararlanarak doğrunun genel denklemini bulunuz.

8. Tablodaki boşlukları doldurunuz.

9. Talep doğrusunu çiziniz.

10. Y = a + bX denkleminde b = 0 olması, yani Y = a durumunu açıklayınız.

6. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Doğrusal fonksiyonların belirlenmesinde kullanılan geometrik yöntem ve türleri, kanuni ilişkiler, mevcut denklemler yardımıyla yeni ilişkiler belirleme ve ekonometrik yöntem bu derste ele alınmaktadır. Eldeki verilere göre seçilen uygun yöntemin kullanılması ile incelenen değişkenler arasında ilişki kurabilecek denklemin doğrusal grafiğine ulaşılabilmektedir.

4.3.3.1.1. Tarif ve Değişim Aralığı

Doğrunun genel denklemi belli sınırlar içinde kullanılabilmektedir. Bu sınırlar fonksiyonun tarif ve değişim aralıklarıdır.

Tarif Aralığı: Bir fonksiyonda bağımsız değişkenin değer alabileceği aralıktır.
Değişim Aralığı: Bir fonksiyonda bağımlı değişkenin değer alabileceği aralıktır.

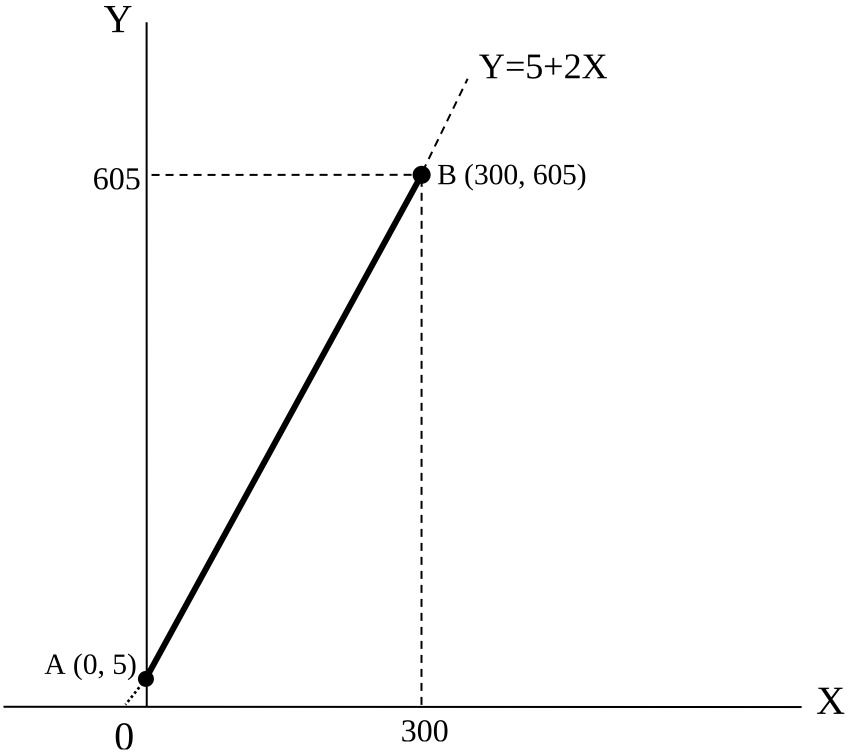
Örnek: Bir tekstil firmasında üretim ile maliyet arasındaki ilişki yani maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibi olsun. Bu firmada en fazla 300 metre üretim yapılabildiği bilinsin. Bu fonksiyon için tarif ve değişim aralığını bulunuz.

Y=5+2X Y: maliyet X: üretim hacmi

- Üretim hacmi X hiç üretim olmadığı takdirde en az sıfır olabilir, negatif olamaz. O halde bağımsız değişkenin alabileceği en düşük değer 0'dır. X=0 iken Y=5'dir. Y=5 hiç üretim olmadığı durumdaki maliyetleri göstermektedir, bu da sabit maliyeti işaret etmektedir.
- Maksimum üretim ise 300 metre olarak verilmişti. Bağımsız değişkenin alabileceği en yüksek değer 300'dür; 300'ün üzerinde üretim yapılamaz. X=300 iken Y=605'dir. 605 en yüksek üretim düzeyindeki maliyeti vermektedir.

O halde;
$X = 0 \implies Y = 5$ A (0, 5)
$X = 300 \implies Y = 605$ B (300, 605)

Tarif Aralığı: TA: $0 \leq X \leq 300$
Değişim Aralığı: DA: $5 \leq Y \leq 605$
bunlar bağımlı ve bağımsız değişkenin alabileceği en yüksek ve en düşük değerlerdir.



Şekil 4.10. Talep Doğrusu

A ve B noktaları arasında üretim yapılabilir, kesikli çizgilerle gösterilen yerlerde üretim yapılamaz.

Örnek: Bir atölyedeki bir tezgâh tam kapasite ile çalışıldığında belli bir parçadan 100 birim üretim yapabilmekte ve bunun karşılığında 100 TL kar elde edebilmektedir. Hiç üretim yapılmadığı takdirde saatte 10 TL masraf yapılmaktadır. Kar ile üretim arasındaki doğrusal denklem için tarif ve değişim aralığını bulunuz.

- Üretim hacmi X hiç üretim olmadığı takdirde saatte 10 TL masraf yapılmaktadır. O halde X=0 iken Y=-10'dur. Y=-10 zararı göstermektedir.
- Maksimum üretim ise 100 birim olarak verilmişti. Bağımsız değişkenin alabileceği en yüksek değer 100'dür; 100'ün üzerinde üretim yapılamaz. X=100 iken Y=100'dür. Y=100 en yüksek üretim düzeyindeki karı göstermektedir.

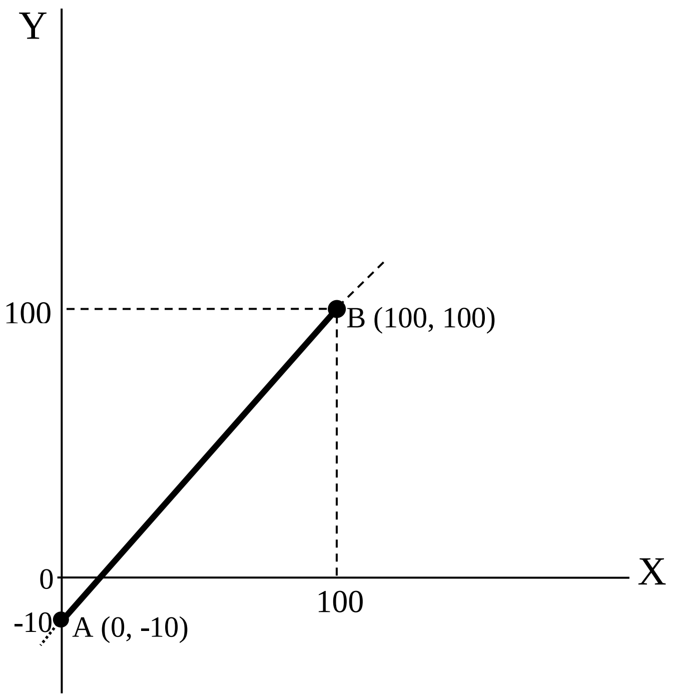
O halde;

X = 0 $\Rightarrow$ Y = -10 A (0, -10)

X = 100 $\Rightarrow$ Y = 100 B (100, 100)

Tarif Aralığı: TA: $0 \leq X \leq 100$ bunlar bağımlı ve bağımsız değişkenin

Değişim Aralığı: DA: $-10 \leq Y \leq 100$ alabileceği en yüksek ve en düşük değerlerdir.



Şekil 4.11. Arz Doğrusu

A ve B noktaları arasında üretim yapılabilir, kesikli çizgilerle gösterilen yerlerde üretim yapılamaz.

O halde;

Bir fonksiyonda bağımsız değişkenin alabileceği değerlere bağlı olarak fonksiyonun tarif aralığı; bağımlı değişkenin alabileceği değerlere bağlı olarak da fonksiyonun değişim aralığı bulunmaktadır. Tarif aralığı ve değişim aralığı sırasıyla bağımsız ve bağımlı değişkenlerin alabileceği en düşük ve en yüksek değerlerdir.

4.3.3.2. Nokta – Eğim Yöntemi

Doğrunun genel denklemini elde edebilmek için kullanılan yöntemlerden bir tanesi de “nokta-eğim yöntemi”dir. Bu yöntem, iki noktanın koordinatlarının bilinmesinin mümkün olmadığı, bir noktanın koordinatlarının ve eğimin bilindiği durumda kullanılmaktadır. Doğrunun genel denklemi;

$$Y - Y_1 = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}\left(X - X_1\right) \quad \Rightarrow \quad Y - Y_1 = m\left(X - X_1\right) \qquad \text{m: eğimdir.}$$

Örnek: Bir piyasada bir malın fiyatı 80 TL iken talep edilen miktarı 10 birimdir. Ayrıca eğimin $-1/2$ olduğu bilinmektedir. Bu bilgilerden hareketle talep denklemini bulunuz ve fiyat 40 TL iken talep kaç birim olur?

A (X_1=80, Y_1=10)

$m = -1/2$

$$Y - 10 = -\frac{1}{2}\left(X - 80\right)$$

$Y = 50 - \frac{1}{2}X$ A noktasından geçen ve eğimi $-1/2$ olan doğrunun denklemi

$$D = 50 - \frac{1}{2}P$$

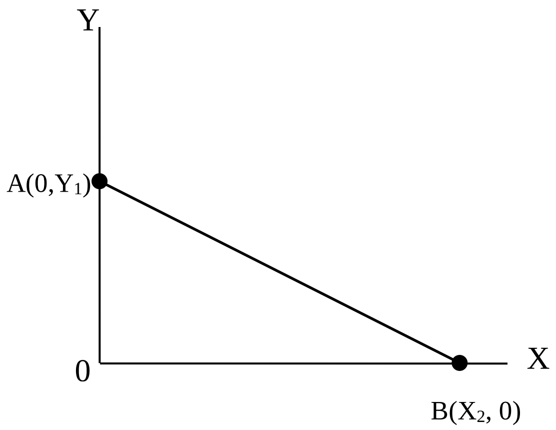
P = 40 TL iken D = 30 birimdir.

4.3.3.3. İki İzdüşüm Yöntemi

Bu yöntem, iki nokta yönteminin özel bir durumudur. Doğrunun eksenleri kestiği noktaların yani “kesim noktalarının” bilinmesi, doğrunun genel denkleminin bulunmasını sağlamaktadır.

Y izdüşümünün koordinatları: A (X_1, Y_1) = A (0, Y_1) = A (0, b)

X izdüşümünün koordinatları: B (X_2, Y_2) = B (X_2, 0) = B (a, 0)



Şekil 4.12. İki İzdüşüm Yöntemi

$$Y - Y_1 = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}\left(X - X_1\right) \quad \Rightarrow \quad Y - b = \frac{0 - b}{a - 0}\left(X - 0\right)$$

$$Y = -\frac{b}{a}X + b$$

$$\frac{Y}{b} + \frac{X}{a} = 1$$

Örnek: Bir piyasada bir malın fiyatı 0 TL iken talep edilen miktarı 50 birim ve fiyat 100 TL iken mal hiç talep edilmemektedir. Bu bilgilerden hareketle fiyat 40 TL iken talep kaç birim olur?

A (X_1=0, Y_1=50) = A (0, b=50)

B (X_1=100, Y_1=0) = B (a=100, 0)

$$\frac{Y}{b} + \frac{X}{a} = 1$$

$$\frac{Y}{50} + \frac{X}{100} = 1$$

$Y = 50 - \frac{1}{2}X$ A ve B noktalarından geçen doğrunun denklemi

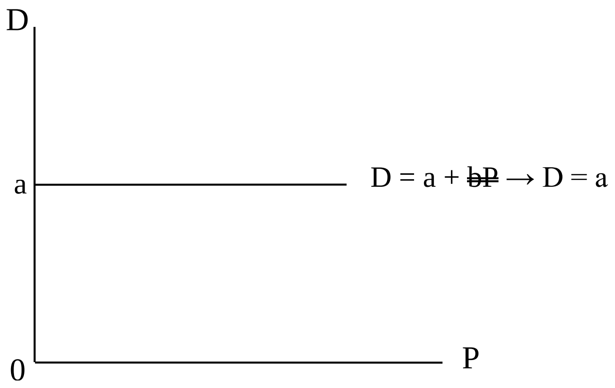
$$D = 50 - \frac{1}{2}P$$

P = 40 TL iken D = 30 birimdir.

4.3.3.4. Dik Doğrular Yöntemi

Bazı özel durumlarda söz konusu doğrular yatay ya da dikey eksene dik olabilir. İki şekilde gerçekleşebilir.

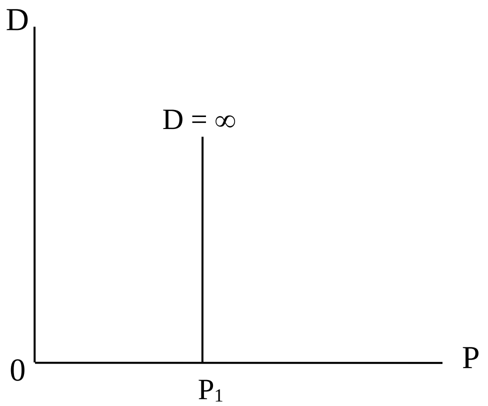
1) Örneğin fiyattaki değişmeler talebi etkilemiyorsa, talep doğrusu yatay eksene (fiyat eksenine) paralel olacağından dikey eksene (talep edilen miktar eksenine) dik olmaktadır. Bu durumda D = a olmaktadır.



Şekil 4.13. Dik Doğrular

Fiyat ne olursa olsun talep değişmiyor, sabite (a) eşittir.

2) Örneğin belli bir fiyat düzeyinde talep her değeri alabiliyorsa, talep doğrusu yatay eksene (fiyat eksenine) dik olacağından dikey eksene (talep edilen miktar eksenine) paralel olmaktadır. Bu durumda D = ∞ olmaktadır.



Şekil 4.14. Dik Doğrular

Belli bir fiyat düzeyinde talep her değeri alabiliyor, ∞' eşittir.

4.3.4. Kanuni (Yasal) İlişkiler

Bazı ekonomik doğrusal ilişkiler, toplumda geçerli olan kanunlar tarafından belirlenmektedir. Bunun en tipik örneği vergi yasalarıdır.

Örneğin;

$Y_h = Y - T$ Y_h: harcanabilir gelir, Y: milli gelir ve T: vergi

$T = tY$ t: vergi oranı

$Y_h = Y - tY$

$Y_h = (1 - t)Y$

Bu son denklem, harcanabilir gelir ile milli gelir arasındaki ilişkiyi belirleyen doğrusal bir denklemdir ve doğrudan doğruya ekonomideki yasalarla belirlenmiştir.

4.3.5. Mevcut Denklemler Yardımıyla Belirlenen Yeni İlişkiler

Doğrusal denklemlerin belirlenmesi yöntemlerinden birisi de daha önce çeşitli yöntemlerle belirlenmiş denklemler yardımıyla yeni ilişkiler bulmak yöntemidir. Bu yöntem, makro ve mikro teoride sıklıkla kullanılan bir yöntemdir.

Örneğin;

Tüketim fonksiyonu: $C = \alpha + \beta Y_h$

Harcanabilir gelir fonksiyonu: $Y_h = (1 - t)Y$

Tüketim fonksiyonunda yerine konulursa: $C = \alpha + \beta(1 - t)Y$ elde edilir.

Örnek: $C = \alpha + \beta Y_h$ şeklindeki tüketim fonksiyonunda $\alpha = 100$; $\beta = 0{,}80$ ve $Y_h = (1 - t)Y$ şeklindeki harcanabilir gelir fonksiyonunda $t = 0{,}30$ ise tüketim denklemini kurunuz.

$\mathbf{Y_h = (1 - t)Y}$

$Y_h = (1 - 0{,}30)Y$

$Y_h = 0{,}70Y$

$\mathbf{C = \alpha + \beta Y_h}$

$C = 100 + 0{,}80\ (0{,}70Y)$

$C = 100 + 0{,}56Y$ olarak elde edilir.

4.3.6. Ekonometrik Yöntemlerle Belirleme

Bu yöntem, değişkenler arası ilişkilerin belirlenmesinde temel yöntemdir. İncelenecek değişkenlerin zaman içerisinde gözlenmesi ve gözlem sonuçlarının regresyon analizi yardımıyla bir doğru (ya da eğri) biçimine uygun hale getirilmesi yöntemin esasını oluşturmaktadır.

$Y = a + bX$

Y ve X değişkenlerine ait gözlemlerden hareketle a ve b parametrelerinin değerleri tahmin edilecektir.

$\Sigma Y = na + b\Sigma X$

$\Sigma XY = a\Sigma X + b\Sigma X^2$

Üstteki iki denkleme normal denklemler denilmektedir. Burada "n" gözlem sayısıdır.

Y	X	XY	X_2
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
ΣY	ΣX	ΣXY	ΣX^2

Bilinmeyen a ve b parametreleri n, ΣY, ΣX, ΣXY ve ΣX^2 değerleri yerlerine yerleştirilip gerekli hesaplamaları yapılıp tahmin edilir. Ekonometride parametreler tahmin edildikten sonra doğrulukları test edilir.

SORULAR

1. Tarif aralığı kavramından ne anlıyorsunuz?

2. Değişim aralığı nedir?

Bir malın fiyatı 100 TL iken talep edilen miktarı 10 br. olmaktadır. Fiyat 100 TL üzerinde iken talep olmadığı bilinmektedir. Fiyat sıfırken talep 200 br. dir. Bu bilgilere göre 3 ve 4 numaralı soruları cevaplandırınız.

3. Talep ile fiyat arasındaki doğrusal denklem için tarif ve değişim aralığını bulunuz.

4. Denklemin grafiğini çiziniz.

Bir piyasada bir malın fiyatı 120 TL iken talep edilen miktarı 15 birimdir. Ayrıca eğimin $-1/2$ olduğu bilinmektedir. Bu bilgilerden hareketle 5 ve 6 numaralı soruları cevaplandırınız.

5. Talep denklemini bulunuz

6. Fiyat 100 TL iken talep kaç birim olur?

7. İki izdüşüm yöntemi hangi durumlarda kullanılabilmektedir?

8. Bağımsız değişkendeki değişmeler bağımlı değişkeni etkilemiyorsa, doğrunun genel denklemi nasıl ifade edilebilir?

9. Bağımsız değişkendeki değişmeler karşısında bağımlı değişken her değeri alabiliyorsa, doğrunun genel denklemi nasıl ifade edilebilir?

10. Ekonometrik yöntem nasıl işlemektedir? Kısaca anlatınız.

7. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste, doğrusal fonksiyonlara örnekler yer almaktadır. Önemli iktisadi örneklerden talep ve arz fonksiyonları ayrıntıları ile incelenmektedir.

5. DOĞRUSAL FONKSİYONLARA ÖRNEKLER

5.1. Doğrusal Talep Fonksiyonu

5.1.1. Talep

Belli bir zamanda belirli bir fiyattan satın alınmak istenilen mal veya hizmet miktarıdır. Bir isteğin talep olabilmesi için yeterli satın alma gücü ile desteklenmesi gerekmektedir. Örneğin 1 kilo portakal almak isteğinin talep olabilmesi için, 1 kilo portakal için gerekli paraya sahip olunması gerekmektedir.

5.1.2. Talep Fonksiyonu

Bir bireyin, firmanın ya da devletin piyasalardaki mal ve hizmetlere olan taleplerine ilişkin davranışları incelemektedir.

5.1.3. Talebi Etkileyen Faktörler

Talep çok çeşitli faktörler tarafından etkilenmektedir.

Malın fiyatı (P): fiyat ile talep arasındaki ilişki ters yönlüdür.

Kişilerin geliri (Y): gelirdeki değişim ile talepteki değişim aynı yönlüdür. İnsanların gelirleri arttığı zaman normal olarak talebi artar (normal mal). Fakat bazı malların da talebi gelir arttıkça düşmektedir, bu mallara düşük mal denilir. Halk ekmeği örnek olarak verilebilir.

Diğer (rakip ve tamamlayıcı) malların fiyatı (P_r, P_t):

- rakip (ikame) malların fiyatı artarsa, bizim mala olan talep artar (kola-gazoz; tavuk-kırmızı et gibi).
- tamamlayıcı malların fiyatı artarsa, bizim malın da fiyatı artacağı için talebi azalır (otomobil-benzin; çay-şeker gibi).

Zevkler, tercihler ve alışkanlıklar (Z): değişir, pozitif ya da negatif olabilir.

Fiyat bekleyişleri: bir malın fiyatında gelecekte arış bekleniyorsa cari dönemde malın talebi artar.

Gelir dağılımı: gelir dağılımı adaleti sağlayıcı yönde yani zenginden fakire doğru değişiyorsa düşük malların talebi artarken lüks malların talebi düşmektedir.
Nüfus: nüfus artışı birçok mala olan talebi arttırmaktadır.
Reklam

Moda: modası olan malların talebi olur, modası geçenlerinki düşer.

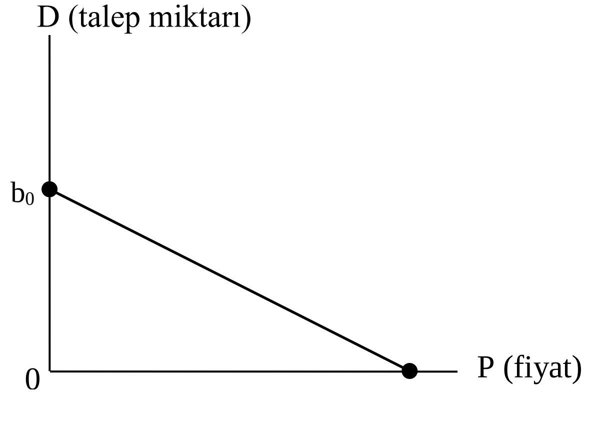
Talep tanımlaması ve tahlilleri yapılırken fiyatın tek bağımsız değişken olduğu durum ele alınmaktadır, bir başka ifade ile fiyat dışındaki değişkenlerin etkileri sabit tutulmaktadır (ceteris paribus). Malın talep edilen miktarı, sadece malın fiyatının bir fonksiyonu olarak ele alınır. Matematiksel olarak;

$D = f(P)$

$D = b_0 + b_1P$

Burada;

- $b_0 > 0$ (negatif talep olamayacağı için)
- $b_1 < 0$ (fiyat ile miktar arasındaki ter yönlü ilişkiden dolayı), bu talep doğrusunun eğiminin negatif olmasını sağlamaktadır.



Şekil 5.1. Talep Fonksiyonu

b_0 fiyat sıfırken talep edilecek miktarı göstermektedir.

Örnek: Talep fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmiş olsun. Buna göre talep doğrusunu çiziniz.

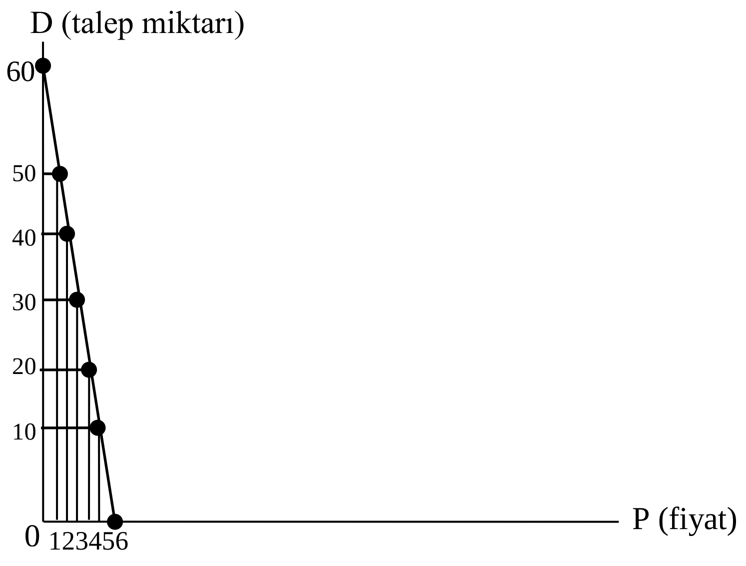
$D = 60 - 10P$

Talep denklemine göre,

Birim Fiyatı	Birim Sürede Talep Edilen Miktar
5	10
4	20
3	30
2	40
1	50

D = 0 iken P = 6

P = 0 iken D = 60



Şekil 5.2. Talep Fonksiyonu

5.1.4. Talep Doğrusunun Kayması

Talep doğrusu çeşitli nedenlerden kayabilir.

- Fiyatlarda bir değişiklik olursa, talep doğrusu üzerinde kayma görülmektedir.
- Fiyat dışında sabit kabul edilen değişkenlerin herhangi birisinde bir değişiklik ise, bir üst ya da alt talep doğrusuna kaymaya sebep olmaktadır.

Örneğin, sadece otomobil fiyatlarında meydana gelecek bir değişme otomobil talebi miktarını değiştirecek fakat otomobil talep eğrisinde bir değişme görülmeyecektir. Diğer taraftan otomobil talep fonksiyonunda yer alan değişkenlerden (ceteris paribus) tamamlayıcı mallar fiyatında (benzin fiyatındaki) artış, otomobil talep eğrisini içe kaydıracak ve talep edilen miktarda da bir düşüşe yol açacaktır.

Örnek: Aşağıdaki talep fonksiyonu tahmin edilmiş olsun:

$D = 100 – 3P + 0,01Y + 0,4P_r + 0,05Z$

Fiyattaki ve sabit varsayılan değişkenlerdeki değişmeleri matematiksel olarak ve grafik üzerinde gösteriniz.

- Fiyat dışındaki diğer değişkenlerin aşağıdaki değerlerle sabit olduğunu varsayalım:

$Y = 2000$ $P_r = 2,5$ ve $Z = 40$

$D = 100 – 3P + 0,01(2000) + 0,4(2,5) + 0,05(40)$

$D = 123 – 3P$

$D = 0$ iken $P = 41$

$P = 0$ iken $D = 123$

- Fiyattaki değişme:

Örneğin,	$P = 10$ iken $D = 93$	A(10,93)
Fiyat 10 TL artarsa,	$P = 20$ iken $D = 63$	B(20,63)

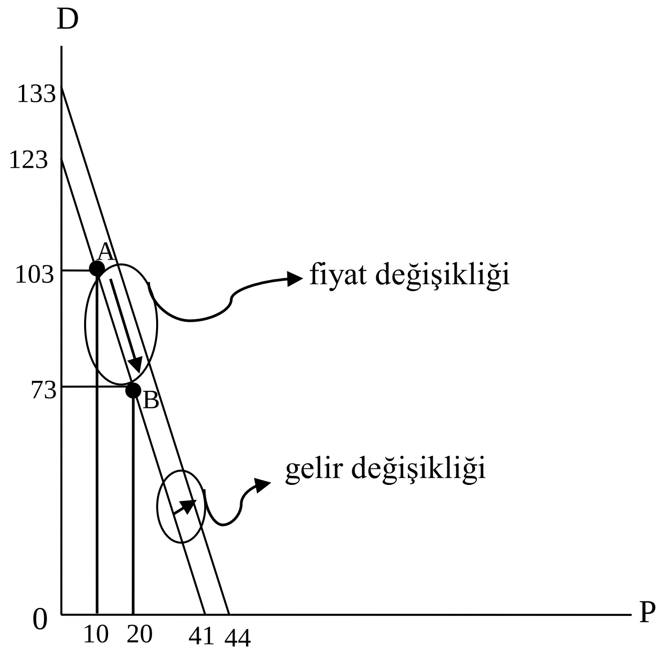
- **Sabit varsayılan değişkenlerdeki değişme:** diğer sabitlerin değerleri aynı iken gelirin 1000 TL arttığını ($Y = 3000$) varsayalım:

$D = 100 – 3P + 0,01(3000) + 0,4(2,5) + 0,05(40)$

$D = 133 – 3P$

$D = 0$ iken $P = 44$

P = 0 iken D = 133



Şekil 5.3. Talep Doğrusu Üzerinde Gelir ve Fiyat Değişikliği

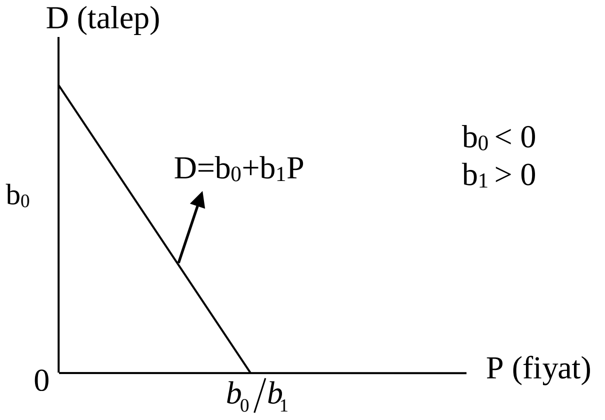
Görüldüğü gibi fiyat değişmesi ile aynı doğru üzerinde kayma olurken (A→B); sabit varsayılan değişkenlerden birisinin değişmesi ile doğrunun aşağıya ya da yukarıya doğru kayması söz konusu olacaktır.

5.1.5. Ters Talep Fonksiyonu

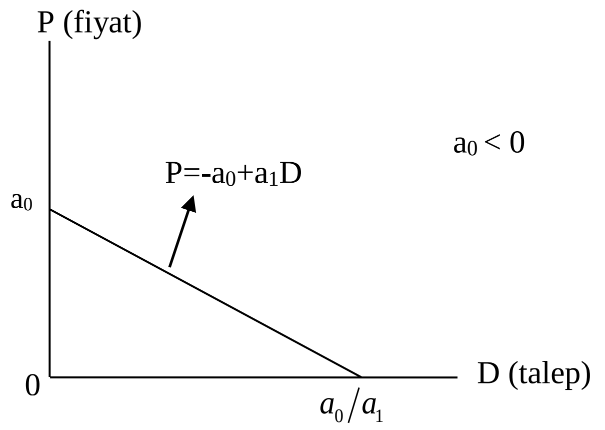
Marshall'dan kalma bir gelenek ile bir kısım iktisatçı talep fonksiyonunda değişkenlerin yerlerini değiştirip ters talep fonksiyonu olarak kullanırlar. Bu durumda talep bağımsız, fiyat bağımlı değişken olarak kabul edilir.

$$P = g(D) = a_0 + a_1 D$$

$$= -\frac{b_0}{b_1} + \frac{1}{b_1} D$$



Şekil 5.4. Talep Fonksiyonu



Şekil 5.5. Ters Talep Fonksiyonu

Talep ve ters talep fonksiyonunun parametreleri arasında $a_0 = -\frac{b_0}{b_1}$ ve $a_1 = \frac{1}{b_1}$ ilişkisi vardır.

5.2. Doğrusal Arz Fonksiyonu

5.2.1. Arz

Bir satıcı ya da üreticinin bir maldan belli bir zamanda satmak ya da üretmek istediği mal ya da hizmet miktarıdır (sattığı değil satmak istedikleri miktar).

5.2.2. Arz Fonksiyonu

Bir malın mümkün olan bütün fiyatları ile bu fiyatlardan arz edilebilecek mal miktarları arasındaki ilişkileri göstermektedir.

5.2.3. Arzı Etkileyen Faktörler

Arz çok çeşitli faktörler tarafından etkilenmektedir.

Üretilen malın piyasa fiyatı (P): arz kanununa göre fiyat ile arz arasındaki ilişki aynı yönlüdür.

Maliyetler (C): maliyetler ile arz ters orantılıdır.

Diğer (rakip ve tamamlayıcı) malların fiyatı (P_t, P_r):

- Rakip (ikame) malların fiyatı artarsa, bizim mala olan talep artar (kola-gazoz; tavuk-kırmızı et gibi). Rakip malın fiyatı artınca arzı artar, bizim malın arzı azalır, çünkü üreticiler fiyatı artan mala kayarlar.
- Tamamlayıcı malların fiyatı (girdi fiyatları) artarsa, bizim malın da fiyatı artacağı için arzı artar (otomobil-benzin; çay-şeker gibi).

Zevkler, tercihler ve alışkanlıklar (Z): değişir, pozitif ya da negatif olabilir.

Üretici sayısı: üretici sayısı artınca arz azalır.

Üretim teknolojisi: teknoloji maliyetleri düşüreceği için arz ile doğru orantılıdır.

Moda: modası olan malların arzı olur, modası geçenlerinki düşer. Yeni moda bir bota talep olunca arzı artar.

Hava koşulları

Taşıma imkânları vs.

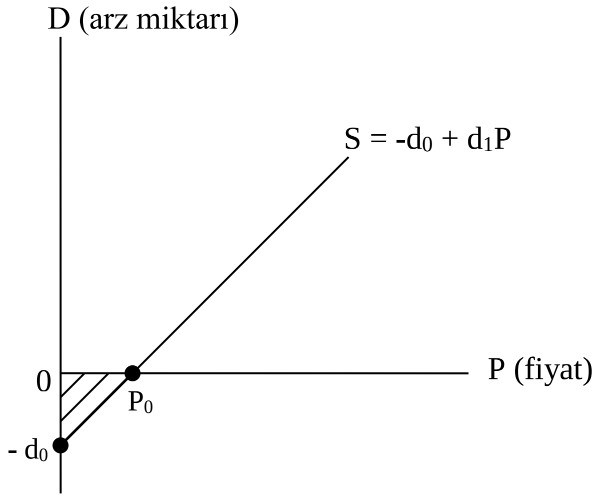
Arz tanımlaması ve tahlilleri yapılırken fiyatın tek bağımsız değişken olduğu durum ele alınmaktadır, bir başka ifade ile fiyat dışındaki değişkenlerin etkileri sabit tutulmaktadır (ceteris paribus). Malın arz edilen miktarı, sadece malın fiyatının bir fonksiyonu olarak ele alınır. Matematiksel olarak;

$S = f(P)$

$S = d_0 + d_1P$

Burada;

- $d_0 < 0$ (negatif talep olamayacağı için)
- $d_1 > 0$ (fiyat ile miktar arasındaki ilişki aynı yönlü), bu arz doğrusunun eğiminin pozitif olmasını sağlamaktadır. d_1 arz eğrisinin eğimini bir başka ifade ile konumunu belirlemektedir. Yüksek fiyatlarda üreticilerin daha fazla satmak isteyeceklerinden dolayı, arz eğrisi eğiminin pozitif olması beklenebilir.



Şekil 5.6. Arz Doğrusu

Grafikte P_0 üretim masraflarına eşit olan fiyat seviyesidir. Bu noktada kar yoktur, bu noktadan sonra üretici kar etmeye başlar.

Fiyat sıfırken arz da yoktur. S>0 olması için P>0 olması gerekmektedir, en azından fiyatın üretim masraflarına eşit bir seviyeye çıkması gerekmektedir. P_0'da üretim kesilir, taralı olarak gösterilen alanda arz (üretim) negatiftir, yoktur.

Örnek: Arz fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmiş olsun. Buna göre arz doğrusunu çiziniz.

$S = -100 + 10P$

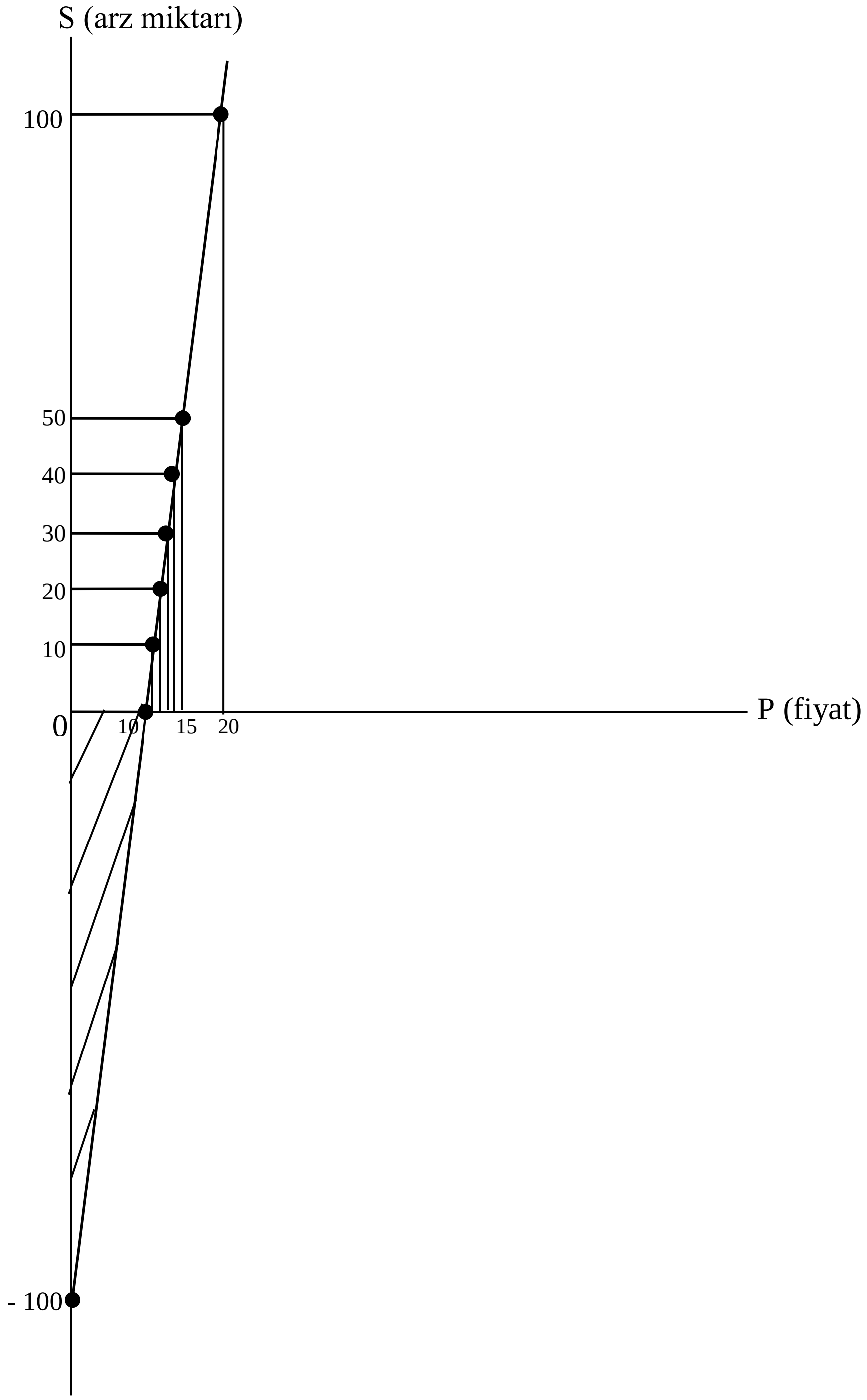
Arz denklemine göre,

S = 0 iken P = 10

P = 0 iken D = -100

Birim Fiyatı	Birim Sürede Arz Edilen Miktar
15	50
14	40
13	30
12	20
11	10

Şekil 5.7'de görüldüğü gibi P=10 iken S=0'dır, kar olmadığı için arz yoktur. Arz olabilmesi için $P \geq 10$ olmalıdır. Taralı alanda arz yok.



Şekil 5.7. Arz Doğrusu

5.2.4. Arz Doğrusunun Kayması

Arz doğrusu çeşitli nedenlerden kayabilir.

- Fiyatlarda bir değişiklik olursa, arz doğrusu üzerinde kayma görülmektedir.

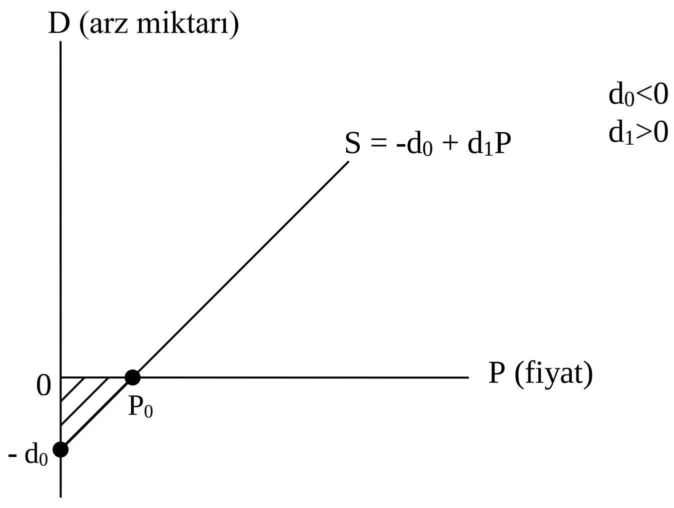
- Fiyat dışında sabit kabul edilen değişkenlerin herhangi birisinde bir değişiklik ise, bir üst ya da alt arz doğrusuna kaymaya sebep olmaktadır.

Örneğin, sadece otomobil fiyatlarında meydana gelecek bir değişme otomobil arzı miktarını değiştirecek fakat otomobil arz eğrisinde bir değişme görülmeyecektir. Diğer taraftan otomobil talep fonksiyonunda yer alan değişkenlerden (ceteris paribus) girdi fiyatında (benzin fiyatındaki) artış, otomobil arz eğrisini dışa kaydıracak ve arz edilen miktarda da bir artışa yol açacaktır.

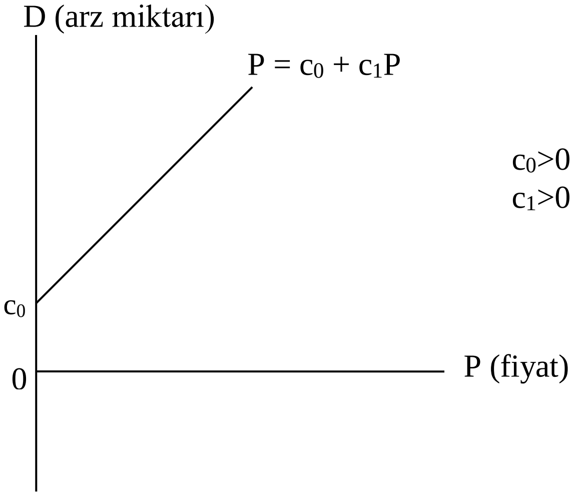
5.2.5. Ters Arz Fonksiyonu

Bir kısım iktisatçı arz fonksiyonunda değişkenlerin yerlerini değiştirip ters arz fonksiyonu olarak kullanırlar. Bu durumda arz bağımsız, fiyat bağımlı değişken olarak kabul edilir.

$$P = g(S) = c_0 + c_1 D$$
$$= \frac{d_0}{d_1} + \frac{1}{d_1} D$$



Şekil 5.8. Arz Fonksiyonu



Şekil 5.9. Arz Fonksiyonu

Talep ve ters talep fonksiyonunun parametreleri arasında $c_0 = \frac{d_0}{d_1}$ ve $c_1 = \frac{1}{d_1}$ ilişkisi vardır.

SORULAR

1. Talep nedir? Talep tanımlaması yapılırken neye dikkat edilmelidir?
2. Talep fonksiyonu nasıl tanımlanmaktadır?
3. Talebi etkileyen faktörler nelerdir? Talep ile ilişkilerini kısaca açıklayınız.
4. Talep ile fiyat arasında ilişki kuran basit bir talep fonksiyonunda parametrelerin işaretleri nasıldır?
5. D = 20 – 10P talep denkleminin grafiğini çiziniz.
6. Talep doğrusu ne şekillerde kayabilir? Açıklayınız.
7. Arzı nasıl tanımlarsınız.
8. Talep fonksiyonu nasıl tanımlanmaktadır?
9. Aşağıda arzı etkileyen bazı faktörler ve yanlarında arz ile araslarındaki ilişkilerinin yönü verilmiştir. Hangileri yanlıştır, neden?

Fiyat: pozitif

Maliyetler: pozitif

Rakip (ikame) malların fiyatı: negatif

Tamamlayıcı malların fiyatı: negatif

10. S = - 20 + 5P arz denkleminin grafiğini çiziniz.

8. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste, doğrusal fonksiyonlara örneklere devam edilmektedir. Arz ve talebin birbirine eşitlenmesi ile oluşan piyasa dengesi, denge fiyatı ve denge miktarlarının bulunması bu dersin konusunu oluşturmaktadır.

5.4. Arz, Talep Ve Piyasa Fiyatının Belirlenişi (Piyasa Dengesi)

Belli bir mala ilişkin fiyat ve üretim miktarının belirlenebilmesi, arz ve talep kavramlarının ortaklaşa ele alınması zorunludur. Varsayımımız piyasa fiyatının belirlenişinde tekelci ve devletçi bir müdahalenin bulunmadığıdır (tam rekabet).

Talep Fonksiyonu: $D = \alpha + \beta P$

Arz Fonksiyonu: $S = \lambda + \delta P$

Talep fonksiyonuna göre;

$\alpha > 0$ ve $\beta < 0$ dır. Talep fonksiyonu $D = \alpha - \beta P$ şeklinde yazılabilir.

Böylece P = 0 iken $D = \alpha$ ve D = 0 iken $P = \frac{\alpha}{\beta}$'dır.

Arz fonksiyonuna göre;

$\lambda < 0$ ve $\delta > 0$ dır. Arz fonksiyonu $S = -\lambda + \delta P$ şeklinde yazılabilir.

Böylece P = 0 iken $S = -\lambda$ ve S = 0 iken $P = \frac{\lambda}{\delta}$'dır.

Arzın talebe eşit olduğu noktada piyasa fiyatı belirlenir:

$D = S$

$\alpha + \beta P = \lambda + \delta P$

$\alpha - \lambda = \delta P - \beta P$

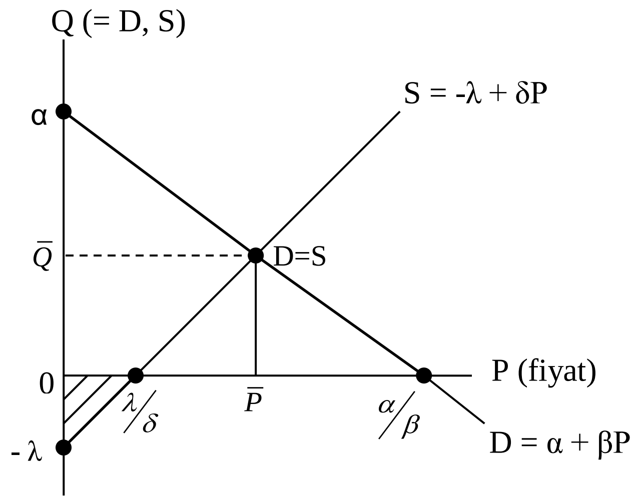
$$\overline{P} = \frac{\alpha - \lambda}{\delta - \beta}$$ denge fiyatı

$D = \alpha + \beta P$

$$D = S = \overline{Q} = \alpha + \beta\left(\frac{\alpha - \lambda}{\delta - \beta}\right)$$

$$\overline{Q} = \frac{\alpha\delta - \beta\lambda}{\delta - \beta}$$ denge miktarı

Çözüm olabilmesi için $\delta \neq \beta$ olmalıdır, aksi halde payda sıfır olacağından çözüm olmaz.



Şekil 5.10. Piyasa Dengesi

Talep doğrusunda sabit terim (α) pozitiftir. Ayrıca, eğim negatif olduğundan grafik aşağıya doğrudur.

Arz doğrusu için sabit terim (λ) negatiftir. Ayrıca, eğim pozitif olduğundan grafik yukarıya doğrudur. $P = \dfrac{\lambda}{\delta}$ noktası maliyetlere eşit fiyat seviyesidir, bu fiyatın altında arz yapılmaz. Bu noktada talepte oldukça yüksek, çünkü fiyat çok düşüktür.

Örnek: Aşağıdaki arz ve talep fonksiyonlarından yararlanarak denge fiyatı ve denge miktarını bulunuz. Piyasa dengesini gösteren grafiği çiziniz.

Talep fonksiyonu: $Q_D = 110 - 10P$

Arz fonksiyonu: $Q_S = -100 + 20P$

Birim Fiyatı	Birim sürede talep edilen miktar	Birim sürede arz edilen miktar	Fiyattaki değişme yönü
9	20	80	↓
8	30	60	↓
7	40	40	Denge Düzeyi
6	50	20	↑
5	60	0	↑

Yukarıdaki tablo incelendiğinde, fiyatın 7 den fazla olduğu düzeylerde arz edilen miktar, talep edilen miktardan fazla olacağından fiyatta bir düşme, fiyatın 7 den düşük olması halinde ise arz edilen miktar, talep edilen miktardan düşük olacağından fiyatta bir yükselme görülecektir. Fiyatın 7 olduğu düzeyde arz edilen miktar (40), talep edilen miktara (40) eşit olmakta ve böylece satıcıların belli bir fiyattan satmak istedikleri miktar ile alıcıların belli bir fiyattan almak istedikleri miktarlar da eşitlenmiş olmaktadır. Böylece denge fiyatı 7 olarak belirlenerek bir daha değişme eğilimi de doğmayacaktır (ceteris paribus).
Özetle denge $Q_D = Q_S$ de belirlenirken,

$$Q_D \langle Q_S$$

olması halinde fiyatlarda düşme görülecek,

$$Q_D \rangle Q_S$$

olduğunda ise fiyatlarda artış görülecektir.

Denge fiyatı diğer taraftan arz ve talep denklemlerinin eşanlı olarak çözümüyle de elde edilebilir.

$$Q_D = 110 - 10P$$
$$Q_S = -100 + 20P$$
$$Q_D = Q_S$$

Denge koşulunun sağlanması halinde $Q_D = Q_S$ olacağından,

110-10P = -100+20P
30P = 210
P = 7

Elde ettiğimiz bu (P) değerini denklemlerden birine koyduğumuzda denge fiyatı düzeyine ilişkin miktarda (40) olarak bulunmuş olur.

Talep fonksiyonuna göre;

P = 0 iken Q_D = 110

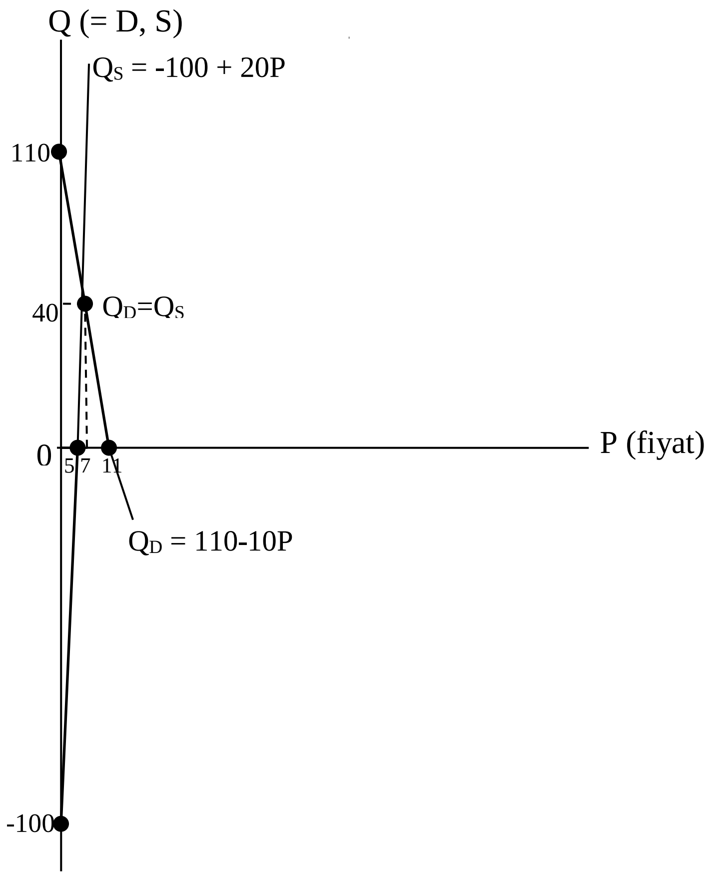
Q_D = 0 iken P=11

Arz fonksiyonuna göre;

P = 0 iken Q_S = -100

S = 0 iken P=5'dir.

Arz ve talep eğrileri aşağıdaki şekilde gösterilmektedir. Fiyatın 7 den yüksek olması halinde ($Q_D \rangle Q_S$) fiyatta bir düşme beklenirken, 7 den daha düşük bir fiyat düzeyinde gibi 7 de belirlenecektir.



Şekil 5.11. Piyasa Dengesi

Örnek: Aşağıdaki arz ve talep fonksiyonlarından yararlanarak denge fiyatı ve denge miktarını bulunuz. Piyasa dengesini gösteren grafiği çiziniz.

Talep fonksiyonu: D = 200 – 2P

Arz fonksiyonu: S = -80 + 2P

Piyasa dengesi: D = S

Birim Fiyatı	Birim sürede talep edilen miktar	Birim sürede arz edilen miktar	Fiyattaki değişme yönü
50	100	20	↓
60	80	40	↓
70	60	60	Denge Düzeyi
80	40	80	↑
90	20	100	↑

Denge fiyatı arz ve talep denklemlerinin eşanlı olarak çözümüyle de elde edilebilir.

D = 200 – 2P

S = -80 + 2P

D = S

Denge koşulunun sağlanması halinde D = S olacağından,

200-2P = -80+2P

4P = 280

P = 70

Elde ettiğimiz bu (P) değerini denklemlerden birine koyduğumuzda denge fiyatı düzeyine ilişkin miktarda (60) olarak bulunmuş olur. Fiyatın 70'den fazla olduğu düzeylerde arz edilen miktar, talep edilen miktardan fazla olacağından fiyatta bir düşme, fiyatın 70'den düşük olması halinde ise arz edilen miktar, talep edilen miktardan düşük olacağından fiyatta bir yükselme görülecektir. Fiyatın 70 olduğu düzeyde arz edilen miktar (60), talep edilen miktara (60) eşit olmakta ve böylece satıcıların belli bir fiyattan satmak istedikleri miktar ile alıcıların belli bir fiyattan almak istedikleri miktarlar da eşitlenmiş olmaktadır. Böylece denge fiyatı 70 olarak belirlenerek bir daha değişme eğilimi de doğmayacaktır (ceteris paribus).

Talep fonksiyonuna göre;

P = 0 iken D = 200

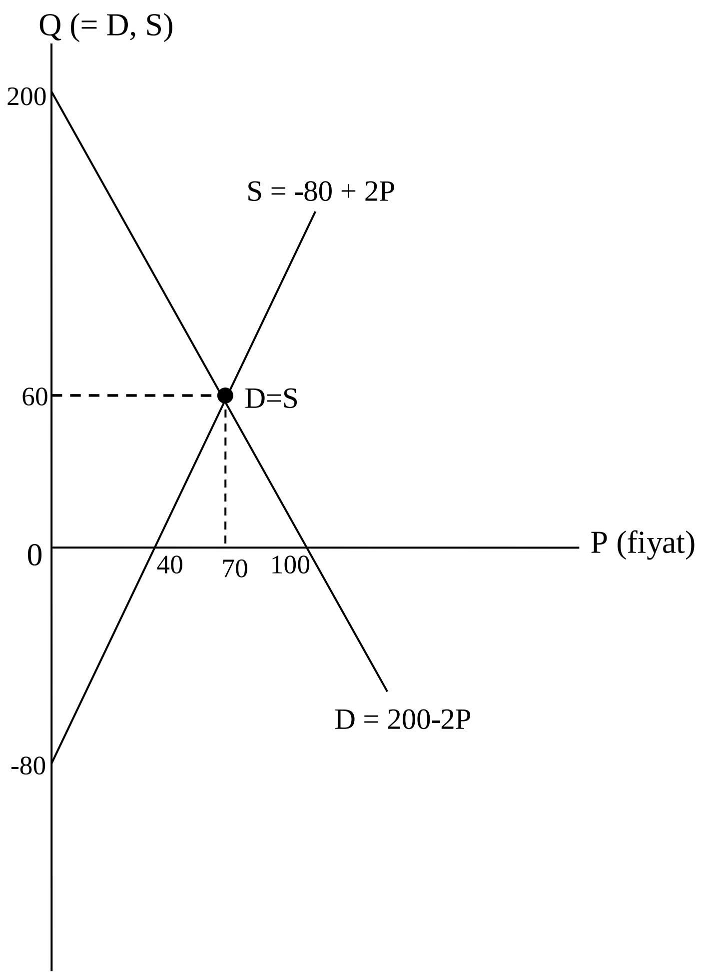
D = 0 iken P=100

Arz fonksiyonuna göre;

P = 0 iken S = -80

S = 0 iken P = 40'dır.

Arz ve talep eğrileri aşağıdaki şekilde gösterilmektedir. Fiyatın 70'den yüksek olması halinde (D > S) fiyatta bir düşme beklenirken, 70'den daha düşük bir fiyat düzeyinde gibi 70'de belirlenecektir.



Şekil 5.12. Piyasa Dengesi

Fiyatın 40 TL olduğu noktaya gelene kadar üretici herhangi mal üretmek istemez, 40 noktası sabit maliyetleri karşılayan noktadır. Üretimden bağımsız olarak ortaya çıkan maliyet sabit maliyettir.

P<40 olduğunda talep arzdan fazladır, talep fazlası vardır. Fiyatlar artmaya devam etmelidir ki üretim yapsın, tüketiciler ise taleplerini azaltır ve denge noktasında buluşmaya doğru ilerler. Fiyat 70 TL olana kadar yükselir.

P<100 olduğunda arz talepten fazladır, arz bolluğu vardır. Mal arz etmek isteyen üretici çoktur, fakat talep eden tüketici azdır. Fiyatlar D=S olana kadar yani 70 TL olana kadar düşer.

SORULAR

1. Piyasa dengesi kavramından ne anlıyorsunuz?
2. Piyasa dengesi nasıl belirlenir? Anlatınız.
3. Piyasa dengesini grafik üzerinde gösteriniz.

Aşağıda bir ürün için talep ve arz fonksiyonları verilmiştir. Verilen bu bilgilere göre, 4-8. soruları cevaplandırınız.

$$D = 55 - 5P$$

$$S = -50 + 10P$$

4. Denge fiyatını bulunuz.
5. Denge miktarını bulunuz.
6. Piyasa dengesini gösteren grafiği çiziniz ve tartışınız.
7. Fiyat 4 TL artarsa, denge fiyatı ve denge miktarı ne yönde değişir? Hesaplayınız.
8. Arz ve talep doğrusunda kayma olmuş mudur? Grafik üzerinde gösteriniz.

9. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste, yine doğrusal fonksiyonların önemli örneklerinden tüketim ve tasarruf fonksiyonlarına yer verilmektedir. Gelirin iki önemli unsuru olan tüketim ve tasarruf arasında sıkı ilişkiler vardır ve bu ilişkilere göre çeşitli analizler yapılmaktadır.

6. DOĞRUSAL FONKSİYONLARA ÖRNEKLER (DEVAM)

6.1. Tüketim Fonksiyonu

6.1.1. Tüketim

Her türlü ihtiyacı karşılamak için yapılan harcamalara tüketim denilmektedir.

6.1.2. Tüketim Fonksiyonu

Harcanabilir gelir seviyesine bağlı olarak tüketim harcamalarının hangi yönde ve ne oranda değişmiş olacağını göstermektedir.

6.1.3. Tüketimi Etkileyen Faktörler

Tüketim çok çeşitli faktörler tarafından etkilenmektedir, Bunlar reel faiz oranı (Daha yüksek faiz oranları borç alma maliyetlerini yükselteceği için, harcamaları azaltıcı etkiye sahip olacakları beklenebilir), servet, gelir bölüşümü, vergi yapısı, hane halkı yaş ortalaması, nüfus artışı, gelecekte beklenilen gelir, net aktiflerin reel değeri, insan karakteri gibidir. Fakat tüketim analizleri yapılırken gelirin tek bağımsız değişken olduğu durum ele alınmaktadır, bir başka ifade ile harcanabilir gelir dışındaki değişkenlerin etkileri sabit tutulmaktadır. Sabit tutulan değişkenlerden herhangi birisindeki bir değişme, tüketim doğrusunu aşağıya ya da yukarıya kaydırmaktadır.

Keynes'e göre: gelir arttıkça tüketim harcamaları artmakta, fakat tüketim harcamaları artışı gelir artışından daha düşük seviyede kalmaktadır.

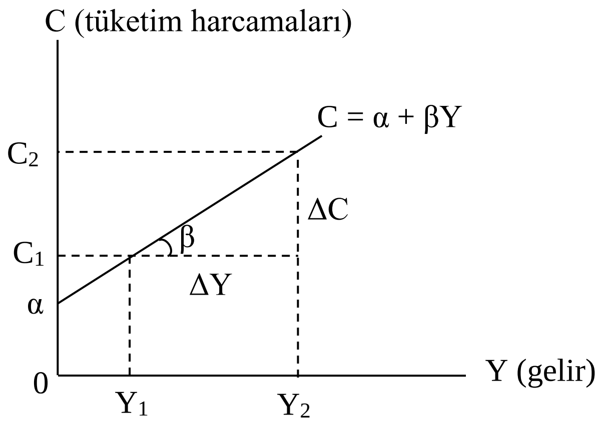
Matematiksel olarak;

$C = f(Y)$

$C = \alpha + \beta Y$

Burada;

- α: otonom unsur, eksojen bölümdür. Otonom harcamaları, bir başka ifade ile gelir ile ilgisi olmayan ve gelir sıfır dahi olsa hayatı idame ettirmek için yapılan harcamaları göstermektedir. $\alpha>0$'dır (negatif tüketim harcaması olamayacağı için). Otonom tüketimin artması, tüketim fonksiyonunu paralel sola kaydırır, azalması paralel sağa kaydırır.
- β: uyarılmış unsur, endojen bölümdür. Marjinal tüketim meylini (MCM) ifade etmektedir. Sayısal değeri, gelirde meydana gelecek 1 birimlik artışın tüketim harcamalarını ne kadar arttıracağını vermektedir. $0<\beta<1$ aralığında değer almaktadır. Gelir arttıkça gelirin tüketime ayrılan kısmı mutlak olarak artmasına rağmen nispi olarak azalmaktadır. $\beta = 0$ ise, artan gelirin tamamı tasarruf edilmiştir, harcama yoktur. $\beta = 1$ ise, artan gelirin tamamı harcamaya gitmiştir, hiç tasarruf yoktur. Tüketim fonksiyonun eğimi, marjinal tüketim eğilimi tarafından belirlenir. Marjinal tüketim eğilimi arttıkça fonksiyonunun eğimi de artar yani daha dik hale gelir. Bu durum aynı gelir düzeyinde daha fazla tüketim yapıldığını ifade eder.



$$\beta = \frac{\Delta C}{\Delta Y} = MCM$$

Şekil 6.1. Tüketim Fonksiyonu

Örnek: Tüketim fonksiyonu aşağıdaki gibi tahmin edilmiş olsun. Buna göre tüketim doğrusunu çiziniz.

$C = 80 + 0,75Y$

Tüketim denklemine göre,

Gelir	Tüketim Harcaması Miktarı
320	320
200	230
160	200
120	170
80	140
40	110

Y = 0 iken C = 80

C = 0 iken Y = 106,6

Geometrik olarak, orijinden 45 derecelik açılı bir doğru çizilir, tüketim doğrusu ile kesişim yerinde tüketim gelir eşitliği (C=Y) vardır.

Matematiksel olarak C = Y olabilmesi için Y'nin ne olması gerektiğini gösterelim.

Y = C

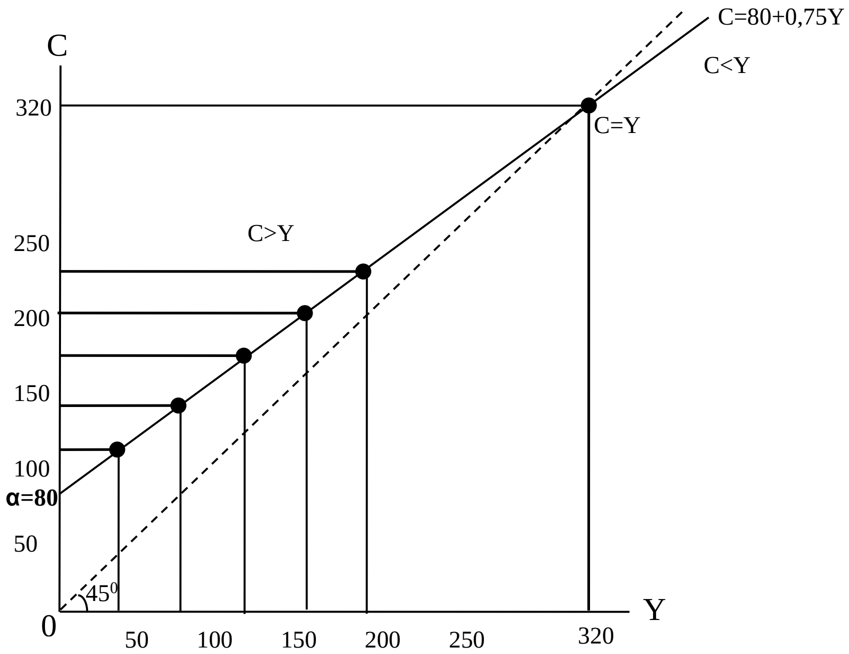
Y – C = 0

Y – (α + βY) = 0

Y (1 – β) - α = 0

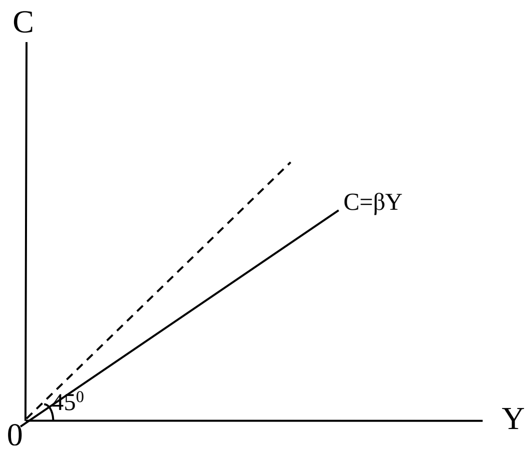
$$Y = \frac{\alpha}{1-\beta} = \alpha \frac{1}{1-\beta}$$

$$Y = 80 \frac{1}{1-0,75} = 320$$



Şekil 6.2. Tüketim Fonksiyonu

α = 0 olursa, orijinden geçen regresyon söz konusu olmaktadır. Zorunlu tüketim harcaması yoktur, bir başka ifade ile gelir sıfırken harcama yoktur. Eğer β<1 ise tüketim fonksiyonu (C=βY) doğrusu, 45 derecelik doğrunun altında kalmaktadır.



Şekil 6.3. Tüketim Fonksiyonu

β=1 ise tüketim fonksiyonu doğrusu, 45 derecelik doğru ile çakışmaktadır.

β>1 olamaz, çünkü gelirden yüksek tüketim miktarı olamaz.

6.2. Tasarruf Fonksiyonu

6.2.1. Tasarruf

Gelirin, tüketim harcamaları yapıldıktan sonraki kısmına tasarruf ismi verilmektedir.

6.2.2. Tasarruf Fonksiyonu

Harcanabilir gelir seviyesine bağlı olarak tasarrufun hangi yönde ve ne oranda değişmiş olacağını göstermektedir.

6.2.3. Tasarrufu Etkileyen Faktörler

Tasarruf tüketimi etkileyen faktörler tarafından etkilenmektedir, fakat tasarruf analizleri yapılırken gelirin tek bağımsız değişken olduğu durum ele alınmaktadır, bir başka ifade ile gelir dışındaki değişkenlerin etkileri sabit tutulmaktadır.

Gelir arttıkça tasarruf miktarı artmaktadır.

Matematiksel olarak;

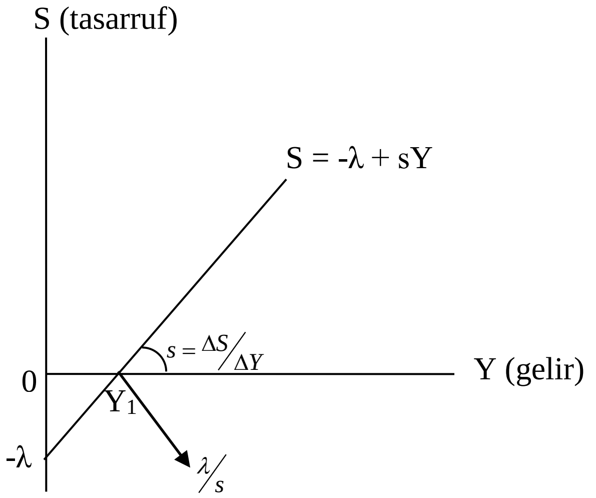
$S = f(Y)$

$S = -\lambda + sY$

Mutlak değer olarak otonom tüketim ve otonom tasarruf birbirine eşittir. $|\alpha| = |-\lambda|$. Bu nedenle tasarruf fonksiyonu; $S = -\lambda + sY$ şeklinde yazılmaktadır.

Burada;

- λ negatif değer almaktadır. Y=0 iken $S = -\lambda$'dır. Gelir sıfır dahi olsa, belli bir miktar tüketim harcaması yapılmaktadır, bu da borçlanma ya da eski tasarrufların tüketilmesi ile olur. Bu durumda tasarruf negatife düşmektedir. Böylece otonom tasarruf, otonom tüketimin kaynağıdır şeklinde bir yorum yapılabilir.
- s: marjinal tasarruf eğilimidir (MSM). Sayısal değeri, gelirde meydana gelecek 1 birimlik artışın tasarrufu ne kadar arttıracağını vermektedir. Gelir arttıkça gelirin tasarrufa ayrılan kısmı hem mutlak hem de nispi olarak artmaktadır. Bu nedenle S doğrusunun eğimi pozitiftir.



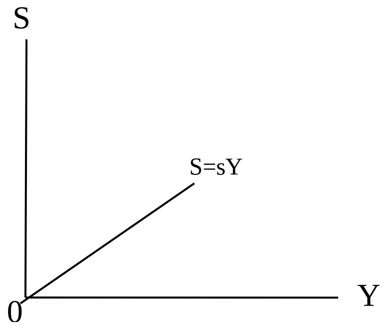
$$s = \frac{\Delta S}{\Delta Y} = MSM$$

Şekil 6.4. Tasarruf Fonksiyonu

Y_1'den önce negatif tasarruf (borçlanma vs.) varken, Y_1 noktasından sonra tasarruf pozitif olmaktadır.

$Y = Y_1$ olduğunda tasarruf sıfırdır, yoktur.
$Y > Y_1$ olduğunda tasarruf pozitiftir.

$\lambda = 0$ olursa, orijinden geçen regresyon söz konusu olmaktadır.



Şekil 6.5. Tasarruf Fonksiyonu

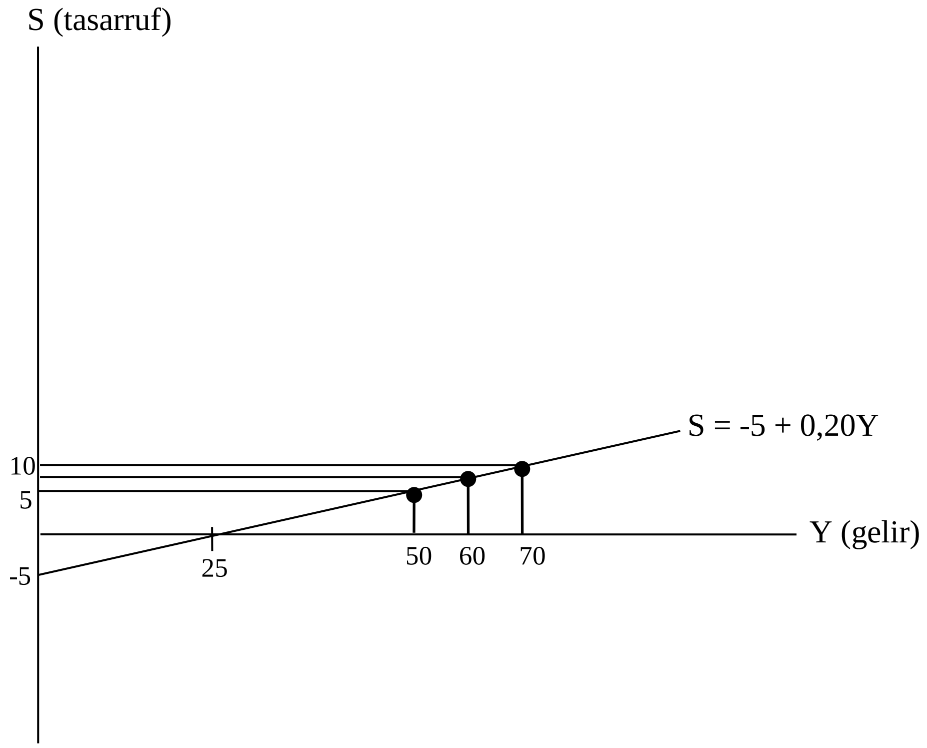
Örnek: Tasarruf fonksiyonu aşağıdaki gibi tahmin edilmiş olsun. Buna göre tasarruf doğrusunu çiziniz.
$S = -5 + 0{,}20Y$

Tasarruf denklemine göre,

Gelir	Tasarruf Miktarı
50	5
60	7
70	10

Y = 0 iken S = -5

S = 0 iken Y = 25



Şekil 6.6. Tasarruf Fonksiyonu

6.3. Tüketim – Tasarruf Fonksiyonları İlişkileri

Tüketim ve tasarruf gelirin birer parçası olduğundan aralarında bazı ilişkiler vardır.

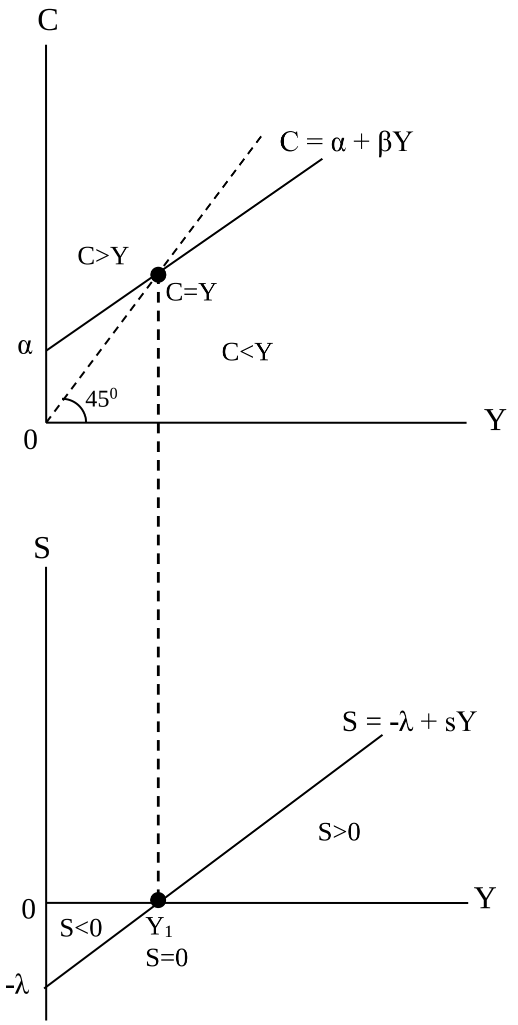
Y = C + S'dir.

Marjinal tüketim eğilimi (MCM) Tüketim harcamalarındaki değişmenin gelirdeki değişmeye oranıdır. $MCM = \beta = \frac{\Delta C}{\Delta Y}$

Marjinal tasarruf eğilimi (MSM): Tasarruflardaki değişmenin gelirdeki değişmeye oranıdır. $MSM = s = \dfrac{\Delta S}{\Delta Y}$

MCM + MSM ≡ 1

Gelir arttıkça marjinal tüketim eğilimi azalır, marjinal tasarruf eğilimi artar. Bu durum "Temel Psikolojik Yasa" olarak adlandırılır.



Şekil 6.7. Tüketim-Tasarruf Fonksiyonları

S ≡ Y − C olduğu için tüketim fonksiyonundan tasarruf fonksiyonunu elde etmek kolayca yapılabilir. Grafiğin üst kısmında tüketim fonksiyonu alt kısmında ise tasarruf fonksiyonu yer almaktadır. Orijinden 45° açılı çizilen düz çizgi tüketim ve geliri grafiksel olarak karşılaştırmak için kullanılan uygun bir araçtır.

- Tüketim fonksiyonu 45° doğrusunun üstündeyse, tüketim gelirden daha fazladır ve tasarruf miktarı negatiftir. Dolayısıyla Y_1 gelir düzeyine kadar gelirden fazla tüketim yapılmaktadır. (C>Y) borçlanma söz konusu olduğu için tasarruflar negatiftir (S<0).
- Tüketim fonksiyonunun 45° doğrusunu kestiği yerde, tüketim gelire eşittir ve tasarruf miktarı sıfırdır. Bu doğrunun üzerindeki bütün noktalarda gelirin tamamı tüketim harcamalarına gitmektedir (Y=C). Bu nedenle tasarruflar sıfıra eşittir. (S=0)
- Tüketim fonksiyonu 45° doğrusunun altındaysa, tüketim gelirden daha azdır ve tasarruf miktarı pozitiftir. Dolayısıyla, Y_1 gelir düzeyi tasarrufa geçiş noktasıdır. Zira bundan sonra Y>C olmakta ve tasarruflar da pozitif değer almaktadır (S>0).
- Tüketim eğrisi dikleştiğinde (marjinal tüketim eğilimi arttığında), tasarruf eğrisi yatıklaşır (marjinal tasarruf eğilimi azalır). Bunun tersi de doğrudur.

Bu fonksiyonlar bize toplulaştırılmış olarak, her gelir düzeyi için, tüketicilerin gelirlerini tüketim ve tasarruf arasında nasıl bölüştürdüklerini göstermektedir. Diğer bir deyişle, bu fonksiyonlar toplulaştırılmış tüketici davranışını temsil etmekte ve içermektedir.

Örnek: Aşağıdaki tüketim fonksiyonundan hareketle tasarruf – tüketim ilişkilerini grafik üzerinde gösteriniz.

$C = 100 + 0{,}75Y$

Tüketim fonksiyonundan yararlanarak;

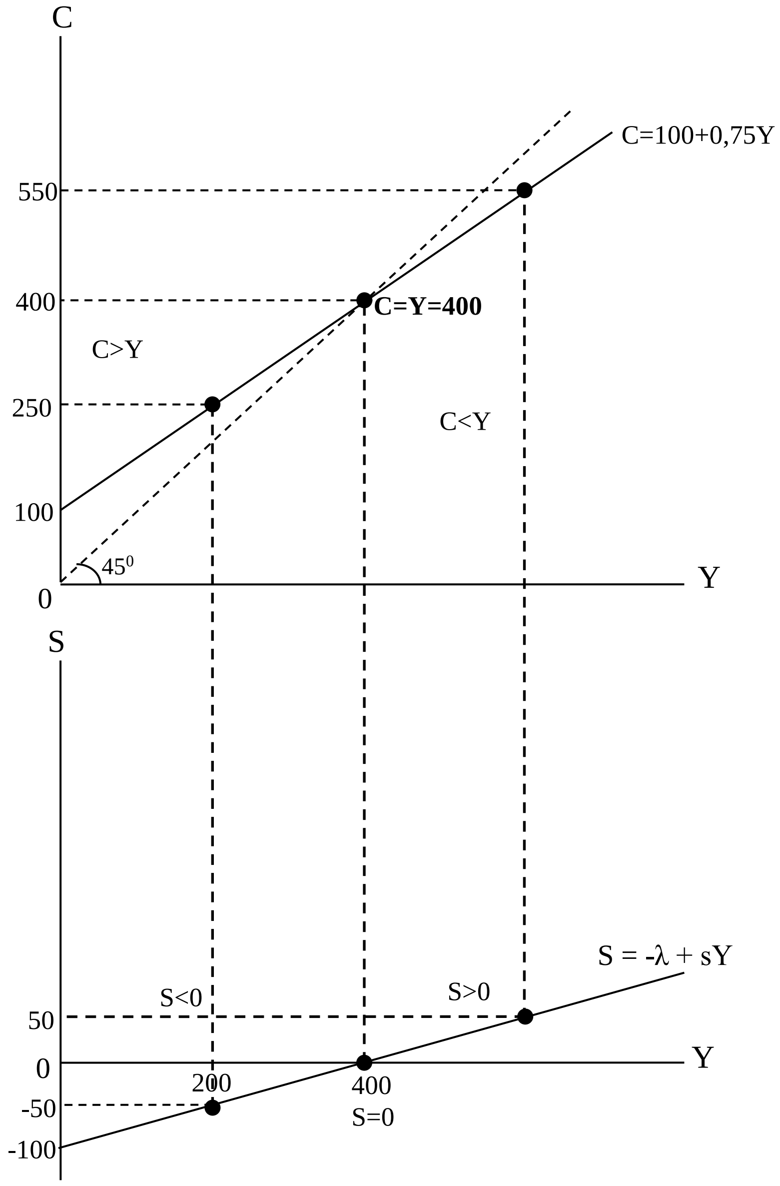
$Y = C + S$

$S = Y - S$

$S = Y - (100 + 0{,}75Y)$

$S = -100 + 0{,}25\,Y$

Gelir	Tüketim	Tasarruf
0	100	-100
200	250	-50
400	400	0
600	550	50



Şekil 6.8. Tüketim-Tasarruf Fonksiyonları

Görüldüğü gibi, orijinden çizilen 45 derecelik açılı doğrunun tüketim doğrusunu kestiği noktada (C=Y=400) gelir-tüketim eşitliği vardır. Bu noktanın altında örneğin 200 TL gelir düzeyinde 250 TL tüketim harcaması, buna karşılık -50 TL tasarruf vardır; yani gelir tüketim harcamasına yetmediği için borçlanarak ya da eski tasarruflar tüketilerek açık kalan kısım kapatılmaktadır. Bu noktanın üzerinde ise, örneğin 600 TL gelir seviyesinde 550 TL tüketim harcaması yapılmakta ve 50 TL tasarruf edilmektedir.

SORULAR

1. Tüketimi etkileyen faktörler nelerdir? Tüketim ile aralarında nasıl iğlişkiler vardır? Tartışınız.

2. Tüketim fonksiyonu matematiksel olarak nasıl gösterilebilir?

3. Marjinal tüketim meylinin tanım aralığının iktisadi anlamını tartışınız.

4. Tüketim fonksiyonunu grafikle gösteriniz.

5. Tasarruf fonksiyonunu matematiksel olarak gösteriniz.

6. Tasarruf fonksiyonunda otonom parametrenin tanım aralığının iktisadi anlamını tartışınız.

7. Tüketim ve tasarruf fonksiyonları arasında nasıl ilişkiler vardır?

Aşağıdaki tasarruf fonksiyonundan hareketle 8-10. soruları cevaplayınız..

$$S = -50 + 0{,}50Y$$

8. Tüketim fonksiyonu bulunuz.

9. Marjinal tüketim meyli ile marjinal tasarruf meyli arasındaki ilişkileri gösteriniz.

10. Tüketim ve tasarruf fonksiyonlarını grafik üzerinde gösteriniz.

10. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste, doğrusal fonksiyonlarda marjinal ve ortalama değerler arasındaki ilişkiler ele alınmaktadır. Dik izdüşümünün pozitif, negatif ve sıfır olduğu durumlarda bu ilişkiler değişiklik göstermektedirler.

7. DOĞRUSAL FONKSİYONLARDA MARJİNAL VE ORTALAMA DEĞERLER ARASINDAKİ İLİŞKİLER

Marjinal Değer: Doğrusal fonksiyonlarda marjinal değer, doğrunun eğimidir ve fonksiyon boyunca değişmez, sabittir.

Ortalama Değer: Doğru üzerindeki bir noktayı, orijinle birleştiren doğrunun eğimiyle ölçülmektedir. Ortalama değer fonksiyon boyunca sabit değildir, bağımsız değişkenin her değerine karşılık değer almaktadır.

Doğrusal fonksiyonlarda marjinal ve ortalama değerler arasındaki ilişkiler aşağıdaki durumlara göre değişebilmektedir:

- Dik izdüşümün pozitif olduğu durum
- Dik izdüşümün negatif olduğu durum
- Dik izdüşümün sıfır olduğu durum

7.1. Dik İzdüşümün Pozitif Olduğu Durum

Tüketim fonksiyonu örnek olarak ele alırsak;

C = f(Y)

C = α + βY

Toplam tüketimi gelire böldüğümüzde ortalama tüketimi buluruz:

Ortalama tüketim $(\text{OC}) = \dfrac{C}{Y} = \dfrac{\alpha}{Y} + \beta$

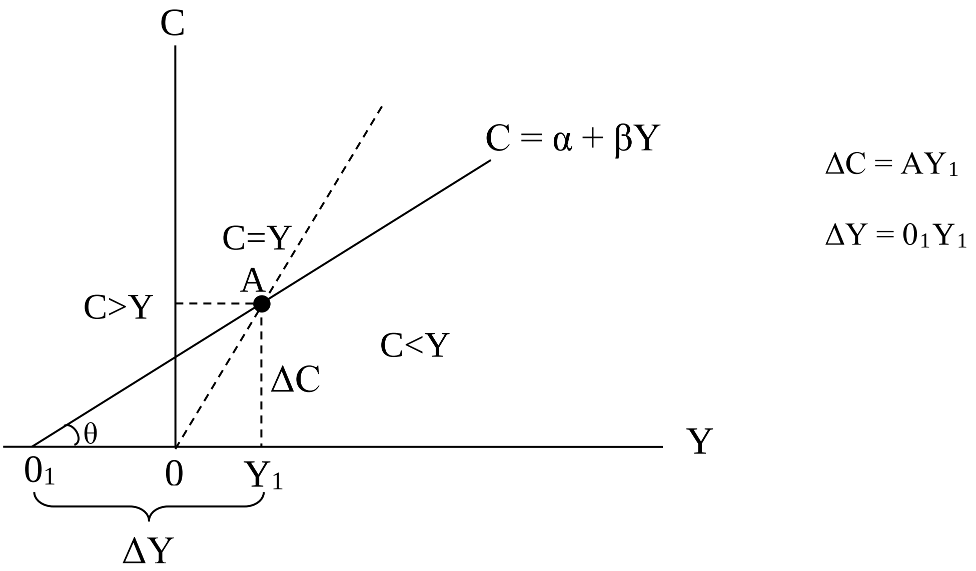
Görüldüğü gibi ortalama tüketimde 2 unsur vardır:

$\dfrac{\alpha}{Y}$, otonom tüketimi vermektedir.

β, marjinal tüketimi vermektedir. Gelirdeki 1 birimlik artışın tüketimin ne kadar etkilendiğini vermektedir. Aynı zamanda fonksiyonun eğimidir:

Marjinal tüketim (MC) = $\beta = \dfrac{\Delta C}{\Delta Y}$

Marjinal tüketim meyli fonksiyon boyunca sabit olmasına rağmen, ortalama tüketim meyli içerisinde 2 unsur barındırdığı için sabit değildir, her gelir seviyesinde değişmektedir.



Şekil 7.1. Dik İzdüşümü Pozitif Durum

Geometrik olarak ortalama tüketim, herhangi bir gelir seviyesine tekabül eden tüketim miktarını orijinle birleştirdiğimiz zaman meydana gelen doğrunun eğimidir, böylece her gelir düzeyindeki ortalama tüketim birbirinden farklıdır. Marjinal tüketimi, fonksiyonun belirlediği doğruyla ölçeriz, marjinal tüketim her gelir seviyesi için yani fonksiyon boyunca sabittir.

Ortalama tüketim $(\text{OC}) = \dfrac{C}{Y} = \dfrac{AY_1}{0Y_1} = \dfrac{\alpha}{Y} + \beta$

Marjinal tüketim (MC) = $\beta = \dfrac{\Delta C}{\Delta Y} = \dfrac{AY_1}{0_1Y_1}$

$\left(\frac{\alpha}{Y}+\beta\right)>\beta$ olduğundan, dik izdüşümün pozitif olduğu durumda MC < OC'dir, marjinal değer ortalama değerden küçüktür.

Bu sonuç, Keynes'in temel psikolojik kural adını verdiği varsayımın doğal bir sonucudur. Bu varsayıma göre, fertler dolayısıyla toplum gelir arttıkça tüketim harcamalarını arttırmaktadırlar, ancak tüketimdeki bu artış gelirdeki artıştan az olmaktadır. Bu nedenle, gelir seviyesi yükseldikçe tüketim mutlak olarak artmakla birlikte artan gelirin tüketime giden kısmı azalmaktadır.

A noktasında C = Y olduğundan, ortalama tüketim $\frac{C}{Y}=1$

A noktasının sağında C < Y olduğundan, ortalama tüketim $\frac{C}{Y}<1$

A noktasının solunda C > Y olduğundan, ortalama tüketim $\frac{C}{Y}>1$

A noktasının solunda yani ortalama tüketimin 1'den büyük olduğu yerde, tüketimin gelirden fazla olduğu kısmı borçlanarak ya da tasarruflardan karşılarız. A noktasında tüketim ile gelir eşittir, gelirin tümü tüketime gitmektedir. A noktasının sağında ise yani ortalama tüketimin 1'den küçük olduğu yerde, tüketimin gelirden az olduğu kısım kadar tasarruf yapılmaktadır.

7.2. Dik İzdüşümün Negatif Olduğu Durum

Tasarruf fonksiyonu örnek olarak ele alırsak;

S = Y - C

S = f(Y)

S = -λ + sY

Toplam tasarrufu gelire böldüğümüzde ortalama tasarrufu buluruz:

$$\text{Ortalama tasarruf }(\text{OS}) = \frac{S}{Y} = -\frac{\lambda}{Y} + s$$

Görüldüğü gibi ortalama tasarrufta 2 unsur vardır:

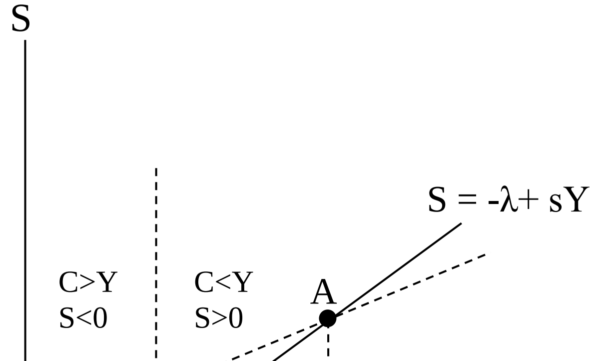
$-\frac{\lambda}{Y}$, otonom tasarrufu vermektedir.

s, marjinal tasarrufu vermektedir.

s, marjinal tasarruf meylidir. Gelirdeki 1 birimlik artışın tasarrufun ne kadar etkilendiğini vermektedir. Aynı zamanda fonksiyonun eğimidir:

$$\text{Marjinal tasarruf (MS)} = s = \frac{\Delta S}{\Delta Y}$$

Marjinal tasarruf meyli fonksiyon boyunca sabit olmasına rağmen, ortalama tasarruf meyli içerisinde 2 unsur barındırdığı için sabit değildir, her gelir seviyesinde değişmektedir.



$\Delta S = AY_2$

$\Delta Y = Y_1Y_2$

Şekil 7.2. Dik İzdüşümü Negatif Durum

Geometrik olarak ortalama tasarruf, herhangi bir gelir seviyesine tekabül eden tasarruf miktarını orijinle birleştirdiğimiz zaman meydana gelen doğrunun eğimidir, böylece her gelir düzeyindeki ortalama tasarruf birbirinden farklıdır. Marjinal tasarrufu, fonksiyonun belirlediği doğruyla ölçeriz, marjinal tasarruf her gelir seviyesi için yani fonksiyon boyunca sabittir.

Ortalama tasarruf $\left(\text{OS}\right)$ = $\dfrac{S}{Y} = \dfrac{AY_2}{0Y_2} = -\dfrac{\lambda}{Y} + s$

Marjinal tasarruf (MS) = $s = \dfrac{\Delta S}{\Delta Y} = \dfrac{AY_2}{Y_1Y_2}$

$\left(-\dfrac{\lambda}{Y} + s\right) < s$ olduğundan, dik izdüşümün negatif olduğu durumda MS > OS'dir, marjinal değer ortalama değerden büyüktür.

Bu sonuç, temel psikolojik kuralın bir sonucudur. Gelir düzeyi yükseldikçe, tasarruf mutlak olarak artacağı gibi her yeni gelir artışında tasarrufun oransal payı bir önceki gelir artışına oranla daha yüksek olacaktır.

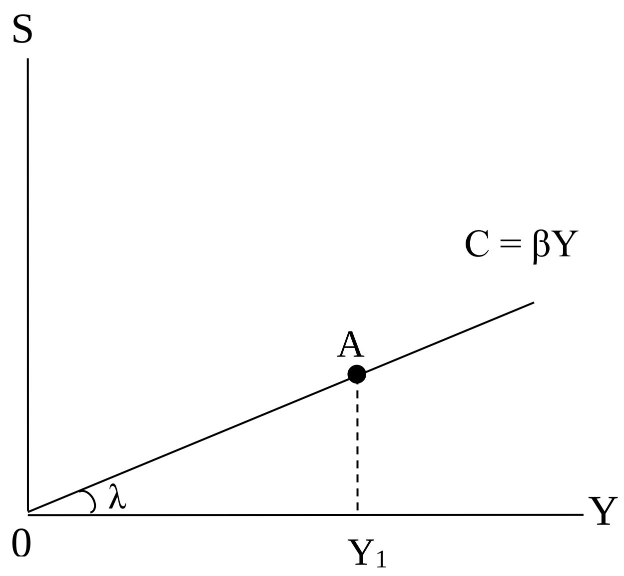
7.3. Dik İzdüşümün Sıfır Olduğu Durum

Zorunlu tüketim harcamalarının olmadığı tüketim fonksiyonu örnek olarak ele alırsak;

$C = f(Y)$

$C = \beta Y$

Görüldüğü gibi kesim noktası yani otonom unsur yoktur, orijinden geçen tüketim fonksiyonu söz konusudur.



$\Delta C = AY_1$

$\Delta Y = 0Y_1$

Şekil 7.3. Dik İzdüşümü Sıfır Durum

Ortalama tüketim $(OC) = \dfrac{C}{Y} = \dfrac{AY_1}{0Y_1} = \beta$

Marjinal tüketim (MC) = $\dfrac{\Delta C}{\Delta Y} = \dfrac{AY_1}{0Y_1} = \beta$

$\dfrac{C}{Y} = \dfrac{\Delta C}{\Delta Y}$ olduğundan, dik izdüşümün sıfır olduğu durumda MC = OC'dir, marjinal değer ortalama değere eşittir.

Bağımlı değişkende meydana gelecek mutlak ve oransal değişmeler birbirlerine eşittir.

$\beta = 1$ olursa, $C = Y$ olur ve tüketim fonksiyonu 45^0'lik açılı doğru ile çakışır. Fonksiyon boyunca gelirin tamamı tüketime gider.

$\beta > 1$ olursa, $C > Y$ olur, kişi gelirinden fazla tüketim yapar.

$\beta < 1$ olursa, $C < Y$ olur, kişi gelirinden tasarruf eder.

$T = tY$'de dik izdüşümün sıfır olduğu duruma örnek verilebilir.

SORULAR

1. Marjinal ve ortalama değer kavramları nasıl tanımlanmaktadır.
2. Marjinal ve ortalama değerler arasındaki ilişkiler her zaman sabit midir?
3. Dik İzdüşümün Pozitif Olduğu Durumda marjinal ve ortalama değerler arasındaki ilişkileri grafik üzerinde açıklayınız.

4. Dik İzdüşümün Pozitif Olduğu Durumda marjinal ve ortalama değerler arasındaki ilişkileri grafik üzerinde açıklayınız.

5. Dik İzdüşümün Pozitif Olduğu Durumda marjinal ve ortalama değerler arasındaki ilişkileri grafik üzerinde açıklayınız.

6. Ortalama tüketim ve marjinal tüketim ne demektir? Aralarında nasıl bir ilişki vardır?

7. Ortalama tasarruf ve marjinal tasarruf ne demektir? Aralarında nasıl bir ilişki vardır?

8. Orjininden geçen tüketim fonksiyonunda, eğim parametresinin 1'e eşit, 1'den büyük ve 1'den küçük olması durumlarında neler olur? Tartışınız.

9. Dik izdüşümün sıfır olduğu duruma başka hangi iktisadi örnekler verebilirsiniz?

10. Aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

Gelir düzeyi yükseldikçe, tasarruf mutlak olarak ……………… gibi her yeni gelir artışında tasarrufun oransal payı bir önceki gelir artışına oranla daha ………… olacaktır.

11. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste doğrusal fonksiyonlarda eğim ve esneklik üzerinde durulmaktadır. Esneklik türleri çeşitli iktisadi örneklerle pekiştirilmektedir. Talep esnekliği ve türleri ele alınan önemli bir örnektir.

8. DOĞRUSAL FONKSİYONLARDA EĞİM VE ESNEKLİK

8.1. Eğim

Bağımsız değişkendeki 1 birimlik değişmenin bağımlı değişkende ne kadarlık değişiklik meydana getireceğini gösteren mutlak bir kavramdır. Herhangi bir fonksiyonun 1. türevine eşittir.

Örnek: Y = f(X) $\Rightarrow$ Y = α+ βX fonksiyonunun eğimini bulunuz.

$$\lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

Sürekli fonksiyonlar için $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$ yerine, fonksiyonun türev değeri yazılabilir.

$$\lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} = f'(X) = \frac{dY}{dX} = \beta$$

Görüldüğü gibi, ilişki doğrusal olduğundan eğim marjinal değere eşittir.

Örnek: Aşağıdaki tüketim fonksiyonunda eğimi bulunuz.

C = f(Y) $\Rightarrow$ C = α+ βY

$$\lim_{\Delta Y \to 0} \frac{\Delta C}{\Delta Y} = f'(Y) = \beta$$ eğim (marjinal tüketim meyli)

Bu sonuç, “gelirde meydana gelecek 1 birimlik artış tüketimde ne kadar artış getirir” sorusuna cevap vermektedir.

Not: Birden fazla bağımsız değişken varsa her bir bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerindeki kısmi etkisini bulabilmek için kısmi türev alınmaktadır.

Örnek: $Y = f(X_1, X_2) \Rightarrow Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$ fonksiyonunda kısmi türevleri bulunuz.

$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$

X_1'in Y üzerindeki etkisi: $\frac{\partial Y}{\partial X_1} = \beta_1$

X_2'nin Y üzerindeki etkisi: $\frac{\partial Y}{\partial X_2} = \beta_2$

∂, kımi türev işaretidir.

8.2. Esneklik (Elastikiyet)

Fonksiyonel bir ilişkide bir bağımsız değişkende oluşan nispi değişikliğin bağımlı değişkende oluşturduğu nispi değişikliktir.

Örnek: Y = f(X) fonksiyonunda esnekliği bulunuz.

$Y = f(X) \Rightarrow Y = \alpha + \beta X$ fonksiyonunda esneklik:

$$\varepsilon = \frac{\Delta Y}{\Delta X}\frac{X}{Y} = \frac{\Delta Y / Y}{\Delta X / X} = \frac{dY}{dX}\frac{X}{Y} = f'(X)\frac{X}{Y} = \beta\frac{X}{Y}$$

Ortalama değerler için esneklik:

$$\varepsilon = \frac{dY}{dX}\frac{\overline{X}}{\overline{Y}} = \beta\frac{\overline{X}}{\overline{Y}}$$

Örnek: C = f(Y) fonksiyonunda esnekliği bulunuz.

$C = f(Y) \Rightarrow C = \alpha + \beta Y$ fonksiyonunda esneklik:

$$\varepsilon = \frac{dC}{dY}\frac{Y}{C} = \beta\frac{Y}{C}$$

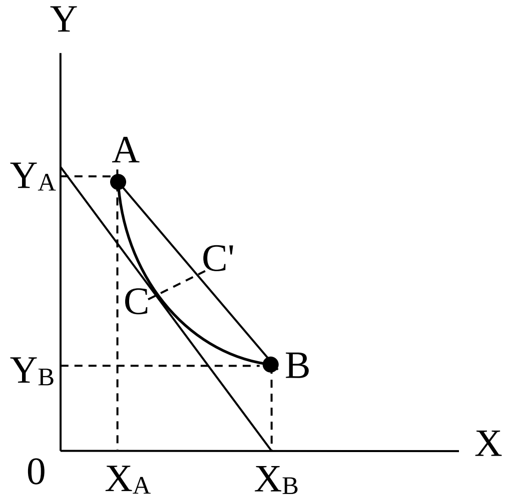
8.2.1. Nokta Esnekliği

Bir fonksiyonun belirlediği eğri üzerinde belli bir noktanın esneklik değerdir.

$$\varepsilon = \frac{\Delta Y}{\Delta X}\frac{X_i}{Y_i}$$

8.2.2. Yay Esnekliği

Eğrinin belli bir bölümü için esneklik hesaplamasıdır ve 2 nokta olan AB yayının orta noktası için hesaplanmış bir ortalama esneklik değerdir.



Şekil 8.1. Yay Esnekliği

$$\varepsilon = \frac{\Delta Y}{\Delta X}\frac{X}{Y} = \frac{\Delta Y / Y}{\Delta X / X}$$

iken yay esnekliğinde,

$$\Delta Y = Y_B - Y_A$$

$$\Delta X = X_B - X_A$$

$$\bar{Y} = \frac{Y_B + Y_A}{2}$$

$$\overline{X} = \frac{X_B + X_A}{2}$$

tanımlamaları yapılınca yay esnekliği,

$$\varepsilon = \frac{\Delta Y/Y}{\Delta X/X} = \frac{\dfrac{Y_B - Y_A}{\dfrac{Y_B + Y_A}{2}}}{\dfrac{X_B - X_A}{\dfrac{X_B + X_A}{2}}} = \frac{Y_B - Y_A}{Y_B + Y_A} \frac{X_B + X_A}{X_B - X_A}$$

olmaktadır. Bu esneklik C noktasının koordinatlarını vermektedir. A noktası B noktasına ne kadar yakınsa C noktası C' noktasına o kadar uzak olur.

8.3. Talep Esnekliği

Talebi etkileyen faktörler temel olarak fiyat, gelir, tamamlayıcı ve rakip (ikame) mal fiyatları olarak sayılabilmektedir. Üç tür talep esnekliği vardır.

8.3.1. Talebin Gelir Esnekliği

Gelir artışının talep üzerinde yaptığı etkidir. Talep ve gelir arasındaki ilişki;

D = f(Y)

D = α + βY

şeklinde iken talebin gelir esnekliği;

$$\varepsilon_Y = \frac{\Delta D}{\Delta Y}\frac{Y}{D} = \frac{\Delta D/D}{\Delta Y/Y}$$

olarak tanımlanmaktadır.

ε_Y = 0 ise, gelir değişiklikleri talebi etkilememektedir. Söz konusu mal zorunlu maldır.

ε_Y < 0 ise, gelir arttıkça, talep edilen miktar azalmaktadır. Söz konusu mal düşük maldır.

ε_Y > 0 ise, gelir arttıkça, talep edilen miktar artmaktadır. Söz konusu mal normal maldır.

ε_Y < 1 ise, talep edilen miktar gelir artışından daha az artmaktadır.

ε_Y > 1 ise, talep edilen miktar gelir artışından daha fazla artmaktadır. Söz konusu mal lüks maldır.

Genel olarak,

0 < ε_Y > 1 ise, söz konusu malın temel ihtiyaç malı olduğu ve ε_Y > 1 ise, söz konusu malın lüks mal olduğu söylenebilmektedir. Dolayısıyla, talebin gelir esnekliği talep edilen malın çeşidi hakkında bilgi vermektedir.

8.3.2. Talebin Fiyat Esnekliği

Bir malın fiyatındaki değişmeler karşısında talep miktarında görülen değişmedir. Talep ve fiyat arasındaki ilişki;

D = f(P)

D = α + βP

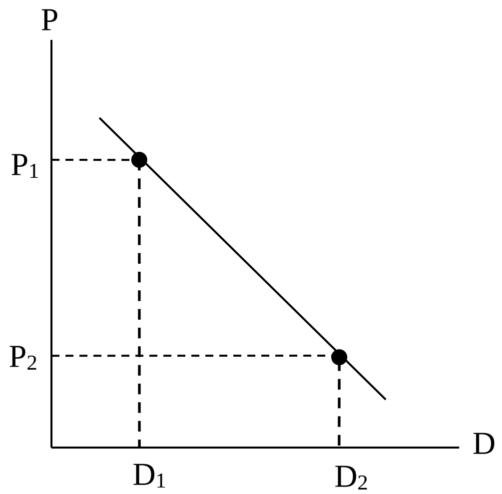
şeklinde iken talebin fiyat esnekliği;

$$\varepsilon_P = \frac{\Delta D}{\Delta P}\frac{P}{D} = \frac{\Delta D / D}{\Delta P / P}$$

olarak tanımlanmaktadır.

ε_P = 1 ise, Birim Elastik

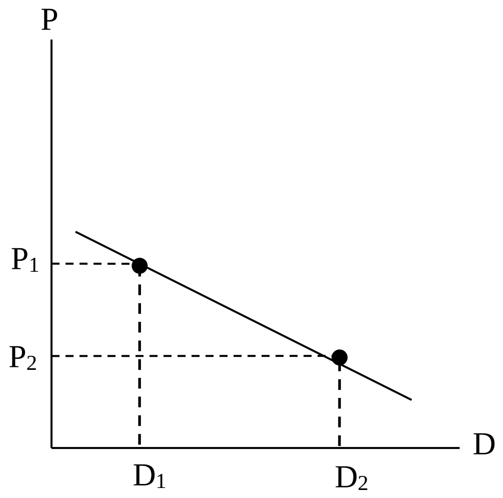
Talep edilen miktardaki değişiklikler ile fiyat değişiklikleri birbirine eşit orandadır. Fiyat arttıkça miktar aynı oranda azalmaktadır.



Şekil 8.2. Birim Elastik

ε_P > 1 ise, Elastik

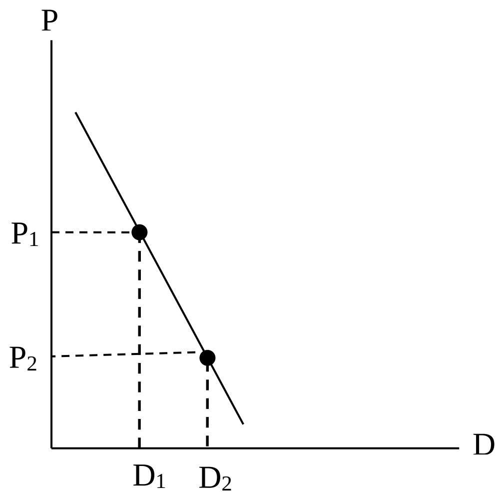
Talep edilen miktardaki değişme oranı, fiyatlardaki değişme oranından büyüktür. Fiyatlardaki bir düşme, satışları ve toplam hasılatı arttırmaktadır.



Şekil 8.3. Elastik

ε_P < 1 ise, İnelastik

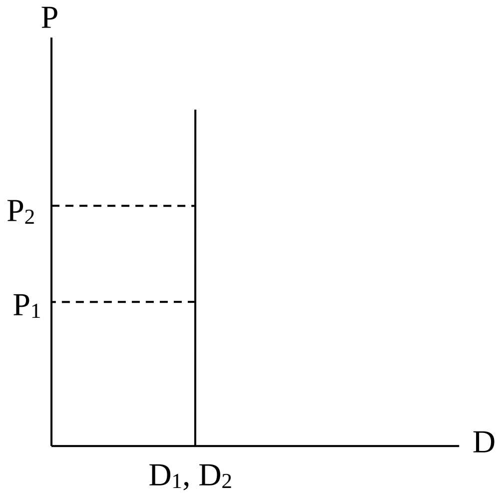
Talep edilen miktardaki değişme oranı, fiyatlardaki değişme oranından küçüktür. Fiyatlardaki bir düşme, satışlarda artış yaratmakla birlikte toplam hasılatı azaltmaktadır.



Şekil 8.4. İnelastik

ε_P = 0 ise, Tam (Sonsuz) Elastik

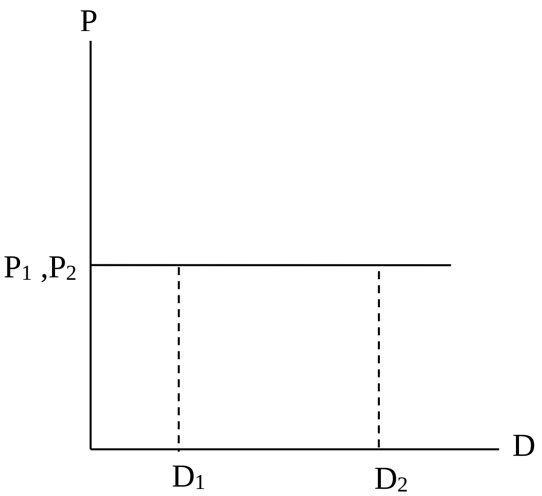
Piyasadaki malın fiyatı ne olursa olsun belli bir miktarda alıcı vardır. Fiyat değişikliği karşısında talep edilen miktar değişmemektedir. Talebin fiyatla ilgisi bulunmamaktadır. Ekmek gibi mallar.



Şekil 8.5. Tam Elastik

ε_Y = ∞ ise, Tam (Sonsuz) Elastik

Piyasadaki belli bir fiyattan tüm mallar satılmaktadır. Bu fiyatın üzerinde talep bulunmamaktadır.

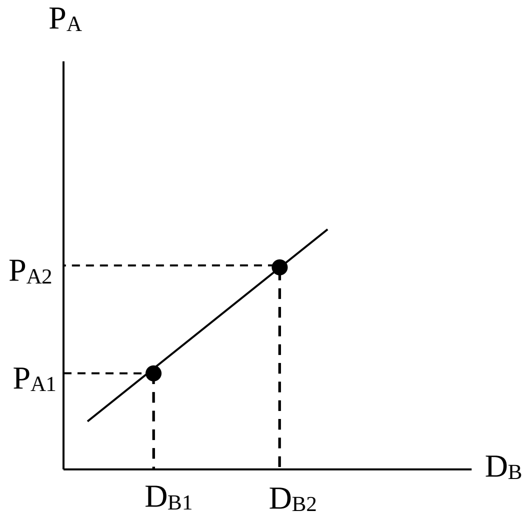


Şekil 8.6. Tam Elastik

8.3.3. Çapraz Esneklik

Bir malın fiyatındaki değişmelerin, diğer bir malın talep edilen miktarında yapacağı değişikliğe denilmektedir. İki şekilde görülmektedir;

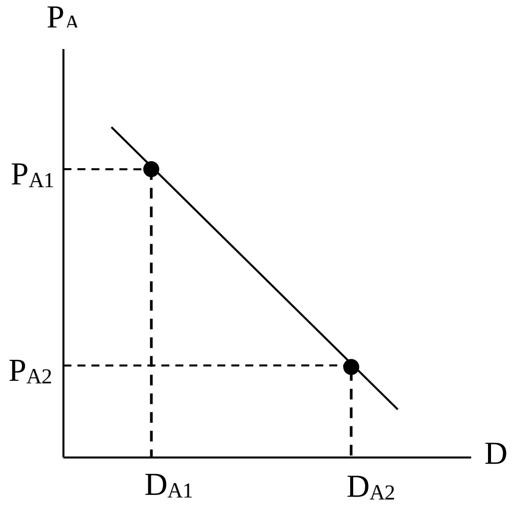
- Rakip (ikame) mallar için: Bu malların fiyatı artarsa diğer malın talebi artmaktadır.



Şekil 8.7. Rakip Mallar İçin Çapraz Esneklik

Bir maldaki fiyat değişmeleri ile diğer maldaki talep değişmeleri doğru orantılıdır, iki mal rakiptir. Örneğin kömür fiyatı artınca, odun talebi artmaktadır. $\varepsilon > 0$'dır.

- Tamamlayıcı mallar için: Bu malların fiyatı artarsa diğer malın talebi azalmaktadır.



Şekil 8.8. Tamamlayıcı Mallar İçin Çapraz Esneklik

Bir maldaki fiyat değişmeleri ile diğer maldaki talep değişmeleri ters orantılıdır, iki mal tamamlayıcıdır. Örneğin benzin fiyatı artınca, otomobil talebi azalmaktadır. $\varepsilon < 0$'dır.

Örnek: 1950-1965 yılları arasındaki sigara talep fonksiyonu aşağıdaki gibi tahmin edilmiş olsun:

$Q_t = -7153{,}677 - 143{,}538P_t + 0{,}183Y_t + 2{,}014N_t$

Ayrıca,

$\Sigma Q = 398{,}483$

$\Sigma P = 430{,}940$

$\Sigma Y = 484{,}929$

$\Sigma N = 241{,}346$

eşitlikleri de vardır. Burada,

Q_t: sigara talep miktarı (ton)

P_t: sigara fiyatı (TL/kg)

Y_t: harcanabilir gelir (milyon TL)

N_t: nüfus (bin)

a) Talebin fiyata, gelire ve nüfusa göre esnekliğini bulunuz.

$$\varepsilon_P = \beta_1 \frac{\Sigma P}{\Sigma Q} = -143{,}538\left(\frac{430{,}940}{398{,}483}\right) = 0{,}16$$

$$\varepsilon_Y = \beta_2 \frac{\Sigma Y}{\Sigma Q} = 0{,}183\left(\frac{484{,}929}{398{,}483}\right) = 0{,}22$$

$$\varepsilon_N = \beta_3 \frac{\Sigma N}{\Sigma Q} = 2{,}014\left(\frac{241{,}346}{398{,}483}\right) = 1{,}22$$

b) ΔP = 2TL, ΔY = 100 milyon TL ve ΔN = 500 bin ise, talep edilen miktar nasıl değişmektedir?

Değişikliği görebilmek için öncelikle birinci fark modeli kurulmaktadır:

$Q_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 Y_t + \beta_3 N_t$

$Q_{t-1} = \beta_0 + \beta_1 P_{t-1} + \beta_2 Y_{t-1} + \beta_3 N_{t-1}$

$\Delta Q = \beta_1 \Delta P_t + \beta_2 \Delta Y_t + \beta_3 \Delta N_t$

Burada, $\Delta Q_t = Q_t - Q_{t-1}$ $\Delta Pt = P_t - P_{t-1}$ $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ $\Delta N_t = N_t - N_{t-1}$

$\Delta Q = \beta_1 \Delta P_t + \beta_2 \Delta Y_t + \beta_3 \Delta N_t$

$\Delta Q = -143{,}538(2) + 0{,}183(100) + 2{,}014(500)$

$\Delta Q = 738{,}224$

Fiyat 2TL, gelir 100 milyon TL ve nüfus 500 bin artarsa, talep edilen miktar 738,224 ton artar.

c) $P_i = 50$, $Y_i = 100000$ ve $N_i = 20000$ ise, talebin fiyata göre nokta esnekliği nedir?

$Q_i = -7153{,}677 - 143{,}538(50) + 0{,}183(100000) + 2{,}014(20000)$

$Q_i = 44249$ ton

$$\varepsilon_P = \beta_1 \frac{P_i}{Q_i} = -143{,}538\left(\frac{50}{44249}\right) = -0{,}162$$

SORULAR

1. Eğim ve esneklik kavramlarını tanımlayınız.
2. ε_Y < 0 ise, söz konusu mal ………mal iken, ε_Y > 1 ise, söz konusu mal ……. maldır.
3. Talebin fiyat esnekliği birden küçükse nasıl bir durum söz konusu olur? Grafik üzerinde açıklayınız.
4. Çapraz esneklik kavramını tanımlayınız.
5. Tamamlayıcı mallar için esnekliği grafik üzerinde açıklayınız.

Aşağıda bir malın talep fonksiyonu ve değişkenlerin ortalamaları verilmektedir. Buna göre 6-8. soruları cevaplayınız.

$$D = 70 - 9P + 20Y_t$$

$\overline{D}$ = 10 , $\overline{P}$ = 40, $\overline{Y}$ = 100

D: talep, P: fiyat, Y: gelir

6. Talebin fiyata ve gelire göre esnekliğini bulunuz.
7. ΔP = 10 TL ve ΔY = 50 TL ise, talep edilen miktar nasıl değişmektedir?
8. P_i = 30 ve Y_i = 150 ise, talebin fiyata göre nokta esnekliği nedir?
9. Talebin gelir esnekliği talep edilen malın fiyatı hakkında bilgi vermektedir. D / Y
10. İlişki doğrusal ise, …………… marjinal değere eşittir.

12. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste arz esnekliği üzerinde durulmaktadır. Ayrıca marjinal, ortalama değerler ile esneklik ilişkileri ithalat fonksiyonu üzerinde anlatılmaktadır. Doğrusal olmayan modellere de giriş yapılmaktadır.

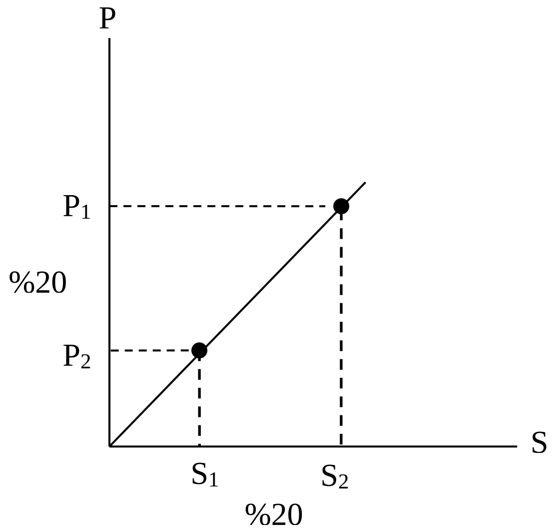
8.4. Arz Esnekliği

Fiyat değişmeleri karşısında arz miktarının göstereceği tepkidir:

$$\varepsilon_S = \frac{\Delta S/S}{\Delta P/P} = \frac{\Delta S}{\Delta P}\frac{P}{S}$$

ε_S **= 1 ise,**

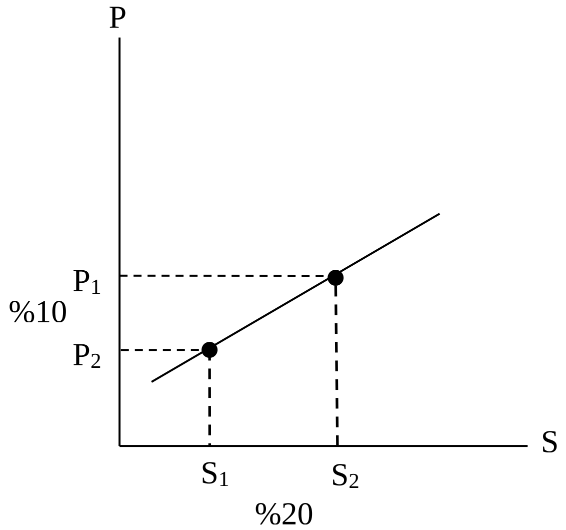
Arz edilen miktardaki değişikliklikler ile fiyat değişiklikleri birbirine eşit orandadır. Fiyat arttıkça miktar aynı oranda artmaktadır.



Şekil 8.9. Arz Esnekliği (ε_S = 1 ise)

ε_S **> 1 ise,**

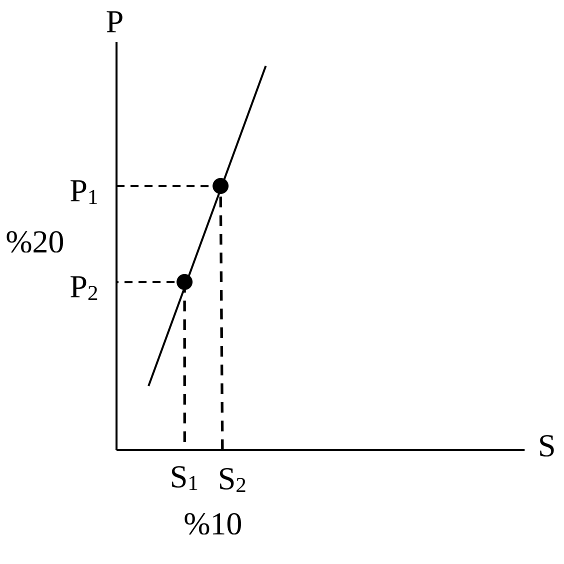
Arz edilen miktardaki değişme oranı, fiyatlardaki değişme oranından büyüktür. Fiyatlardaki bir değişme karşısında, arz daha büyük ölçüde değişmektedir.



Şekil 8.10. Arz Esnekliği (ε_S > 1 ise)

ε_S < 1 ise,

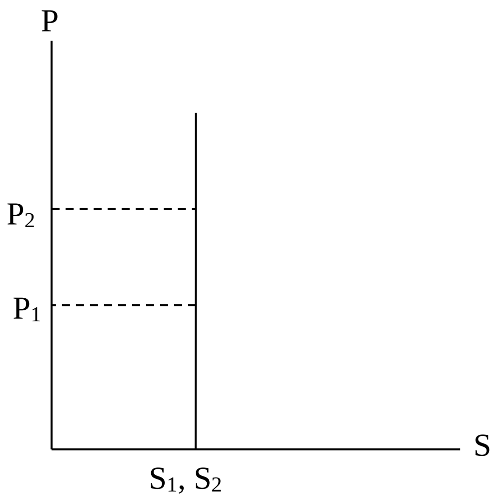
Arz edilen miktardaki değişme oranı, fiyatlardaki değişme oranından küçüktür. Fiyat değişmelerine karşı, arz edilen miktar daha az değişmektedir.



Şekil 8.11. Arz Esnekliği (ε_S < 1 ise)

ε_S **= 0 ise,**

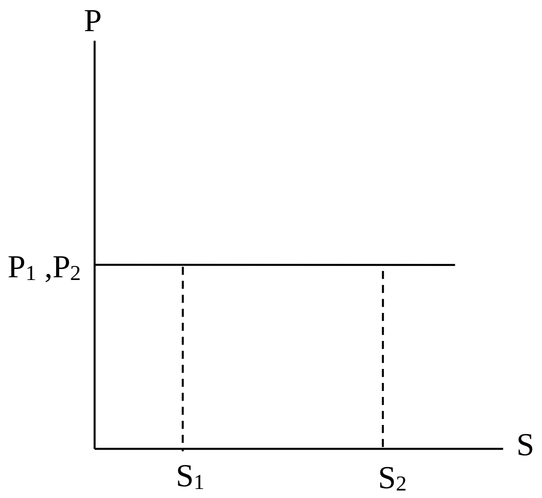
Piyasadaki malın fiyatı ne olursa olsun belli bir miktarda salıcı vardır. Arz edilen miktar, fiyat deişmelerine bağımlı değildir. Arzın fiyatla ilgisi bulunmamaktadır.



Şekil 8.12. Arz Esnekliği (ε_S = 0 ise)

ε_S **= ∞ ise,**

Piyasadaki belli bir fiyattan tüm mallar arz edilmektedir. Bu fiyatın üzerinde arz bulunmamaktadır.



Şekil 8.13. Arz Esnekliği (ε_S = ∞ ise)

8.5. Ortalama, Marjinal Değerler ve Esneklik

Majinal meyil, ortalama meyil ve esneklik kavramları arasında ilişkiler vardır. Bu ilişkiler ithalat fonksiyonu yardımıyla açıklanabilir.

Örnek: İthalat fonksiyonu,

$\dot{I}=\beta_0+\beta_1 Y$

Burada,

$\dot{I}$: Toplam ithalat

β_0: Otonom ithalat

β_1: Marjinal ithalat meyli

Y: Milli gelir

Marjinal ithalat meyli, milli gelirde meydana gelen 1 birimlik değişmenin ithalatı kaç birim değiştireceğini gösteren katsayıdır:

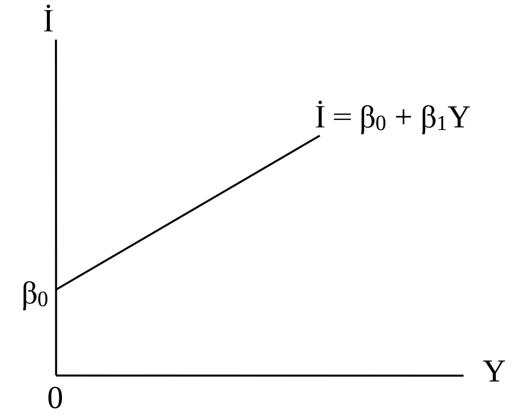
Marjinal İthalat Meyli = MİM $=\beta_1=\dfrac{\Delta \dot{I}}{\Delta Y}$

Ortalama ithalat meyli, gelirin ne kadarının ithalata ayrıldığını gösteren orana denilmektedir:

Ortalama İthalat Meyli = OİM $=\dfrac{\dot{I}}{Y}$

İthalat fonksiyonu otonom ithalatın pozitif, negatif ve sıfır olduğu durumlara göre aşağıdaki üç çizimle gösterilebilmektedir:

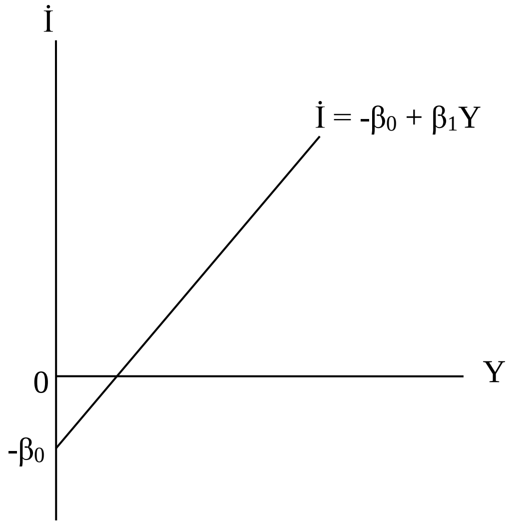
Dik İzdüşümü Pozitif Durum:



$\beta_0 > 0$

Şekil 8.14. Dik İzdüşümü Pozitif Durum

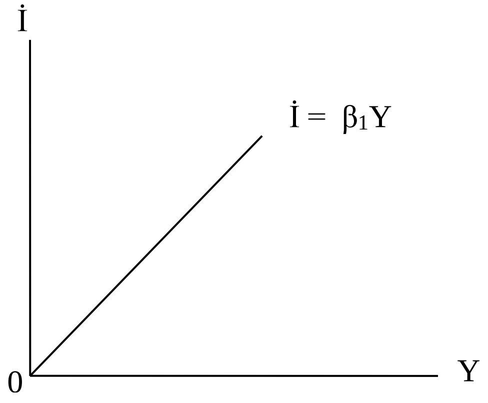
Dik İzdüşümü Negatif Durum:



$\beta_0 < 0$

Şekil 8.15. Dik İzdüşümü Negatif Durum

Dik İzdüşümü Sıfır Durum:



$\beta_0 = 0$

Şekil 8.16. Dik İzdüşümü Sıfır Durum

İthalatın gelir esnekliği ise,

$$\varepsilon_{\dot{I},Y} = \frac{\frac{\Delta \dot{I}}{\dot{I}}}{\frac{\Delta Y}{Y}} = \frac{\Delta \dot{I}}{\dot{I}}\frac{Y}{\Delta Y} = \frac{\Delta \dot{I}}{\Delta Y} : \frac{\dot{I}}{Y}$$

Böylece gelir esnekliğinin, marjinal ithalat meyli ile ortalama ithalat meyli oranına eşit olduğu görülmektedir.

MİM < OİM $\varepsilon_{\dot{I},Y} < 1$

MİM > OİM $\varepsilon_{\dot{I},Y} > 1$

MİM = OİM $\varepsilon_{\dot{I},Y} = 1$

Genel olarak, dik izdüşümü pozitif olan doğrusal fonksiyonlarda bağımlı değişkenin esnekliği 1'den küçük, dik izdüşümü negatif olan doğrusal fonksiyonlarda bağımlı değişkenin esnekliği 1'den büyük ve dik izdüşümü sıfır olan doğrusal fonksiyonlarda bağımlı değişkenin esnekliği 1'e eşittir.

9. DOĞRUSAL OLMAYAN MODELLER

$Y = f(X)$

$Y = \alpha + \beta X$

fonksiyonunda Y ve X değişkenine ait veriler aritmetik seri özelliği gösteriyorsa ve değişkenlerdeki değişmeler fonksiyon boyunca aynı miktarda değişiyorsa doğrusaldır. Doğrusal fonksiyonda bilindiği gibi, α parametresi X = 0 için Y'nin alacağı değeri belirlemektedir. β ise, X'deki 1 birim değişmeye karşılık Y'deki değişmeyi göstermektedir, aynı zamanda eğimdir ve fonksiyon boyunca sabittir:

$$\beta = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{dY}{dX}$$

Birden fazla değişken varsa yani,

$Y = f(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n)$

$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots\ldots + \beta_n X_n$

ise Y'nin X_j'ye göre kısmı türevi,

$$\beta_j = \frac{\partial Y}{\partial X_j} \qquad (j=1,\ldots\ldots,k)$$

Fakat eğer bağımlı ve bağımsız değişkenlerden bazılarına ait veriler aritmetik seri özelliği göstermiyor ve/veya bu değişkenlerdeki değişmeler fonksiyon boyunca aynı miktarda değişmiyorsa doğrusal değildir. Doğrusal olmama iki başlık altında ele alınabilmektedir:

- Bağımlı ve bağımsız değişkenlerden bazılarına ait veriler aritmetik seri özelliği göstermiyorsa ortaya çıkan doğrusal olmayan modeller.

- Bağımlı ve bağımsız değişkenlerdeki değişmeler fonksiyon boyunca aynı değilse karşılaşılan doğrusal olmayan modeller.

9.1. Monotonik Bağlantılar

Monotonik bağlantılarda tek bir çözüm vardır ve değişkenler tek bir değer almaktadırlar. İki başlık altında ele alınmaktadırlar:

- Ters bağlantılı fonksiyonlar

- Logaritmik fonksiyonlar

9.1.1. Ters Bağlantılı Fonksiyonlar

Bağımsız değişken X'in tersi ile bağımlı değişken Y arasındaki ilişkiyi açıklayan modeldir.
En önemli iktisadi örneği Philips eğrisidir.

Y = f(X)

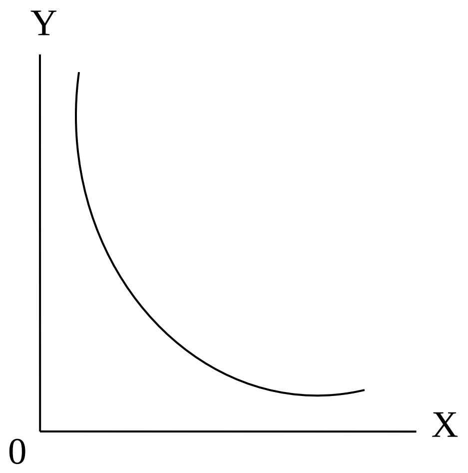
$$Y = \alpha + \beta \frac{1}{X}$$

Eğim;

$$Eğim = \frac{\partial Y}{\partial X} = -\beta \frac{1}{X^2}$$

Elastikiyet;

$$\varepsilon = \frac{\partial Y}{\partial X}\frac{X}{Y} = \left(-\beta \frac{1}{X^2}\right)\frac{X}{Y} = -\beta \frac{1}{XY}$$



Şekil 9.1. Ters Bağlantılı Fonksiyon

Görüldüğü gibi X sonsuza giderken Y sıfıra gitmekte ve X sıfıra giderken Y sonsuza gitmektedir.

Örnek: Talep ile fiyat arasındaki ilişki aşağıdaki gibi gösterilebilir:

D = f(P)

$$D = c + \beta \frac{1}{P}$$

9.1.2. Logaritmik Bağlantılı Fonksiyonlar

Logaritmik bağlantılı fonksiyonlarda, bağımlı-bağımsız değişkenlerden birisindeki mutlak değişmelere karşılık diğerindeki nispi ya da her iki değişkendeki nispi değişmelerden bahsedilmektedir. Değişkenlerden birisi aritmetik diğeri geometrik seri ya da her ikisi de geometrik seri özelliği göstermektedir.

Örnek: Fiyattaki %5 artış karşısında talep kaç birim değişmektedir?

Fiyattaki %5 artış karşılığında talep % kaç değişmektedir?

Logaritmik bağlantılı fonksiyonlar kendi arasında ikiye ayrılmaktadır:

- Yarı logaritmik fonksiyonlar
- Tam logaritmik fonksiyonlar

9.1.2.1. Yarı Logaritmik Fonksiyonlar

Y ve X değişkenleri ile ilgili verilerden birisi aritmetik seri diğeri ise geometrik seri özelliği taşıdığında yarı logaritmik kalıp kullanılmaktadır. Bir değişkendeki mutlak değişmelerle diğer değişkendeki nispi değişmeler ilişkilendirilmektedir. İki başlık altında incelenebilmektedir:

- Doğrusal logaritmik kalıp

- Logaritmik doğrusal kalıp

9.1.2.1.1. Doğrusal Logaritmik Kalıp

Bağımlı değişken aritmetik, bağımsız değişken(ler) geometrik seri özelliği göstermektedir. Bağımlı değişken mutlak, bağımsız değişken(ler) nispi olarak değerlenmektedir.

Örneğin Y: gıda harcamaları, X: gelir

$Y = \alpha + \beta \log X$

$$\text{Eğim} = \frac{dY}{dX} = \beta \frac{1}{X}$$

$$\text{Elastikiyet} = \varepsilon = \frac{dY}{dX}\frac{X}{Y} = \beta \frac{1}{X}\frac{X}{Y} = \beta \frac{1}{Y}$$

Örnek: Tüketim ile gelir arasındaki ilişki aşağıdaki gibi verilmiş olsun.

$C = -1216{,}20 + 267{,}1394 \log Y$

Burada marjinal tüketi meyli, milli gelirin azalan bir fonksiyonudur.

$$\frac{dC}{dY} = \frac{267{,}1394}{Y}$$

Y arttıkça, $\frac{dC}{dY}$ olarak ifade edilen marjinal tüketim meyli azalmaktadır.

9.1.2.1.2. Logaritmik Doğrusal Kalıp

Bağımlı değişken geometrik, bağımsız değişken(ler) aritmetik seri özelliği göstermektedir. Bağımlı değişken nispi, bağımsız değişken(ler) mutlak olarak değerlenmektedir.

$\log Y = \alpha + \beta_1 X$

$\ln Y = \alpha + \beta X$

$Y = e^{\alpha + \beta X}$

$\text{Eğim} = \frac{dY}{dX} = \beta Y$

$\text{Elastikiyet} = \varepsilon = \frac{dY}{dX}\frac{X}{Y} = \beta Y \frac{X}{Y} = \beta X$

Örnek: Milli gelirin zamana göre büyüme fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmiş olsun.

$Y = 4{,}252\,(1{,}0371)^t$

Burada β: (1 + 0.0371)'dir. Milli gelirdeki büyüme hızıdır: %3,71'dir.

$Y = \alpha + \beta^X$

$Y = \alpha + (1+r)^X$

9.1.2.2. Tam Logaritmik Fonksiyonlar

Hem bağımlı değişken hem de bağımsız değişken(ler) geometrik seri özelliği göstermektedir. Her iki değişken de nispi olarak değerlenmektedir.

Örnek: Cobb Douglas üretim fonksiyonu, Y: TEFE ve X: para arzı

$\log Y = \log\alpha + \beta \log X$

$Y = \alpha X^\beta$

$$\text{Eğim} = \frac{dY}{dX} = \beta \frac{1}{X} Y$$

$$\text{Elastikiyet} = \varepsilon = \frac{dY}{dX}\frac{X}{Y} = \beta \frac{1}{X} Y \frac{X}{Y} = \beta$$

Tam logaritmik modellerin en önemli özelliği eğim katsayısının elastikiyeti vermesidir, yani bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi nispi olarak ifade etmesidir.

Örnek: Kişi başına milli gelir ile kişi başına cari devlet harcamaları arasındaki ilişki aşağıdaki gibi verilmiş olsun.

$\log Y = \log\alpha + \beta\log X$

$\log Y = -1{,}258 + 1{,}195\log X$

β parametresi, kişi başına devlet harcamalarının milli gelire göre esnekliğini vermektedir. Kişi başına milli gelir %1 artarsa, kişi başına devlet harcamaları %1,195 artmaktadır.

Örnek: Tam logaritmik fonksiyonun en bilindik örneği Cobb-Douglas üretim fonksiyonudur:

$Q = \alpha + \beta_1\log K + \beta_2\log L$

$Q = \alpha K^{\beta_1} L^{\beta_2}$

$\beta_1 = \frac{\partial Q}{\partial K}\frac{K}{Q}$ üretimin sermayeye göre esnekliğidir.

$\beta_2 = \frac{\partial Q}{\partial L}\frac{L}{Q}$ üretimin emeğe göre esnekliğidir.

$\beta_1 + \beta_2 = 1$ ise; ölçeğe göre sabit getiri vardır.

$\beta_1 + \beta_2 < 1$ ise; ölçeğe göre azalan getiri vardır.

$\beta_1 + \beta_2 > 1$ ise; ölçeğe göre artan getiri vardır.

$Q = 0,38\ K^{0,577}\ L^{0,625}$

(0.577 + 0.625 =) 1,202 > 1 olduğundan ölçeğe göre artan getiri vardır.

Sermaye stoğu ve işgücündeki %1'lik artış, GSMH'yı %1,202 oranında arttırmaktadır.

SORULAR

1. Arzın fiyat esnekliği 1'den büyükse arz edilen miktardaki değişme oranı, fiyatlardaki değişme oranından ………………..

2. Arzın fiyat esnekliği sonsuzsa, ……………………………………………………… ……………………………

3. Ortalama ve marjinal ihtalat meyli kavramlarını açıklayınız.

4. Dik izdüşümün pozitif olduğu durumda MİM < OİM olduğundan, ithalat gelir esnekliği 1'den büyüktür. D / Y

5. Doğrusal olmama durumu nasıl tanımlanabilir.

6. Ters modelde, X sonsuza giderken Y ………… gitmektedir.

7. Bir modeli oluşturan değişkenlerden biri aritmetik biri geometrik seri özelliği gösteriyorsa, ……………………………… modellerden bahsedilmektedir.

8. $Y = \beta_0 + \beta_1 \log X$ modelini nasıl yorumlarsınız.

9. Tam logaritmik modelde elastikiyet nasıl hesaplanmaktadır ve neye eşittir?

10. Logaritmik doğrusal kalıp için bir iktisadi örnek verip tartışınız.

13. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Bu derste 2. dereceden fonksiyonlar olan paraboller üzerinde durulmaktadır. Parametrelerin aldıkları değerlere göre parabol türleri çeşitli örneklerle açıklanmaktadır.

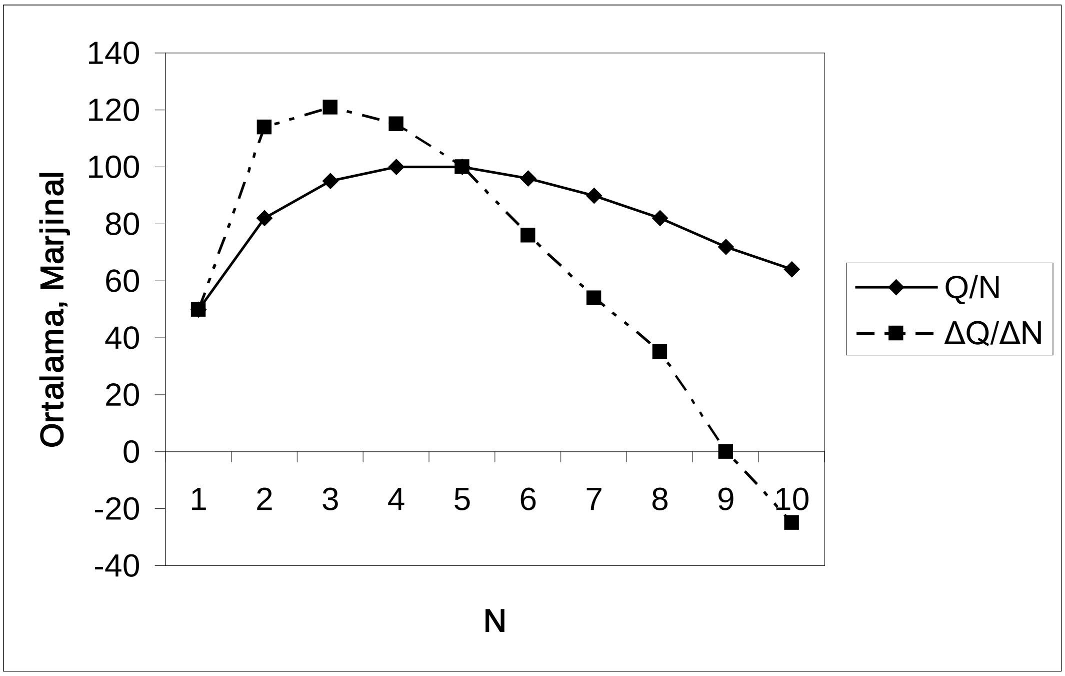
9.2. İkinci Dereceden Fonksiyonlar (Paraboller)

Bağımlı ve bağımsız değişkendeki değişmeler fonksiyon boyunca aynı değilse, aynı fonksiyon içinde hem artış hem de azalışlar gösteriyorsa doğrusal olmayan kalıp kullanılmaktadır.

Örnek: Azalan Randımanlar Kanunu

Bu kanunda miktarı artan faktöre isabet eden verim azalmaktadır. Bu azalış, üretime katılan her yeni faktör için farklı olacaktır. Yani üretime katılan her yeni faktör ile onun yarattığı mal ve hizmet miktarı arasında doğrusal ilişki bulunmamaktadır.

N (*üretim faktörü*)	*Q* (*üretim miktarı*)	*Q / N* (*ortalama değer*)	*ΔQ / ΔN* (*marjinal değer*)
1	*50*	*50*	*50*
2	*164*	*82*	*114*
3	*285*	*95*	*121*
4	*400*	*100*	*115*
5	*500*	*100*	*100*
6	*576*	*96*	*76*
7	*630*	*90*	*54*
8	*665*	*82*	*35*
9	*665*	*72*	*0*
10	*640*	*64*	*-25*



$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$

Fonksiyonunda görüldüğü gibi, paraboller kuadratik biçime sahiptirler, yani fonksiyonun minimum ya da maksimum noktası bulunmaktadır.

9.2.1. Birinci Grup Paraboller

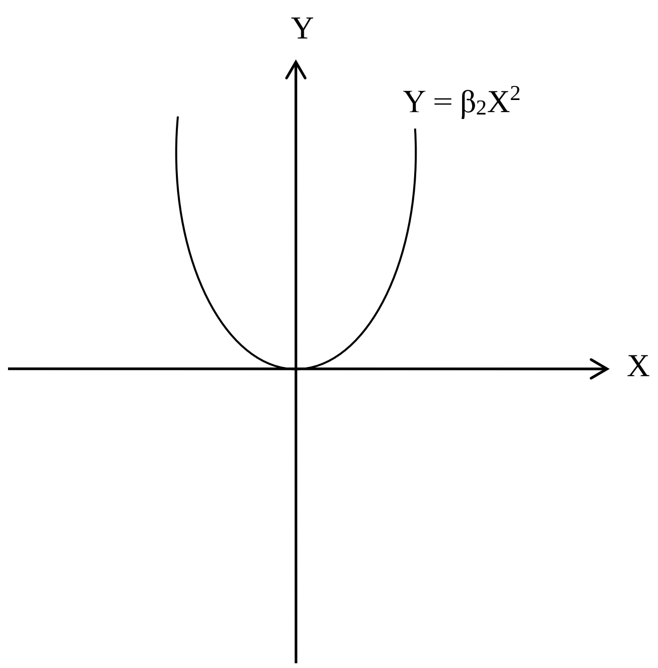
Birinci grup parabollerde, $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ fonksiyonu ele alındığında, β_0 ve β_1 parametreleri sıfır değerini almaktadır. Bu durumda, fonksiyon orijinden geçen ve tepe noktası olan bir paraboldür.

a. $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ $\beta_0 = \beta_1 = 0$ $\beta_2 > 0$ ise,

Fonksiyon,

$Y = \beta_2 X^2$

halini alır. $\beta_2 > 0$ olduğundan tepe (minimum) noktası vardır. Bu tepe noktası orijinden geçer ve kolları yukarıya dönük bir eğri çizer. X^2 değişkeninin katsayısı olan β_2 büyüdükçe kolları birbirine yaklaşır.



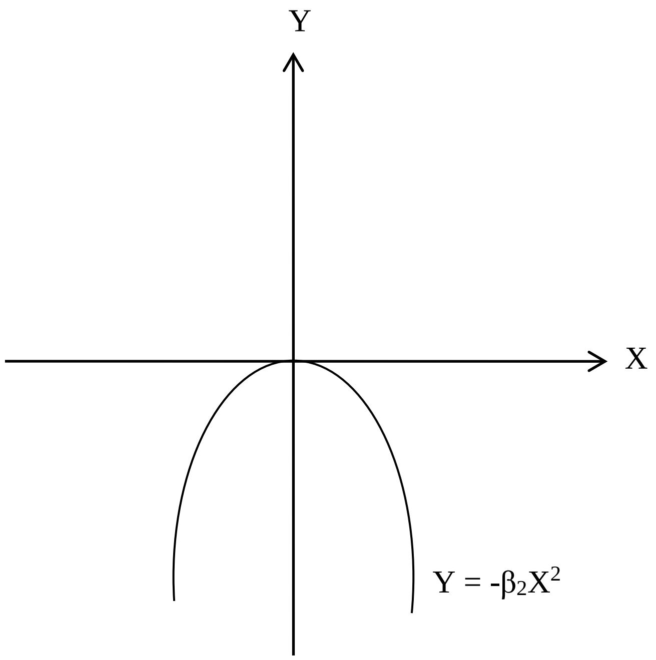
Şekil 9.2. $Y = \beta_2 X^2$'nin Grafiği

b. $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ $\beta_0 = \beta_1 = 0$ $\beta_2 < 0$ ise,

Fonksiyon,

$Y = -\beta_2 X^2$

halini alır. $\beta_2 < 0$ olduğundan tepe (maksimum) noktası vardır. Bu tepe noktası orijinden geçer ve kolları aşağıya dönük bir eğri çizer. X^2 değişkeninin katsayısı olan β_2 büyüdükçe kolları birbirine yaklaşır.



Şekil 9.3. $Y = -\beta_2 X^2$'nin Grafiği

Birinci grup paraboller, tanım aralığı sıfır veya sıfırdan büyük değerleri ile sınırlandırılarak arz, üretim, maliyet gibi fonksiyonların gösterilmesinde kullanılmaktadır.

9.2.2. İkinci Grup Paraboller

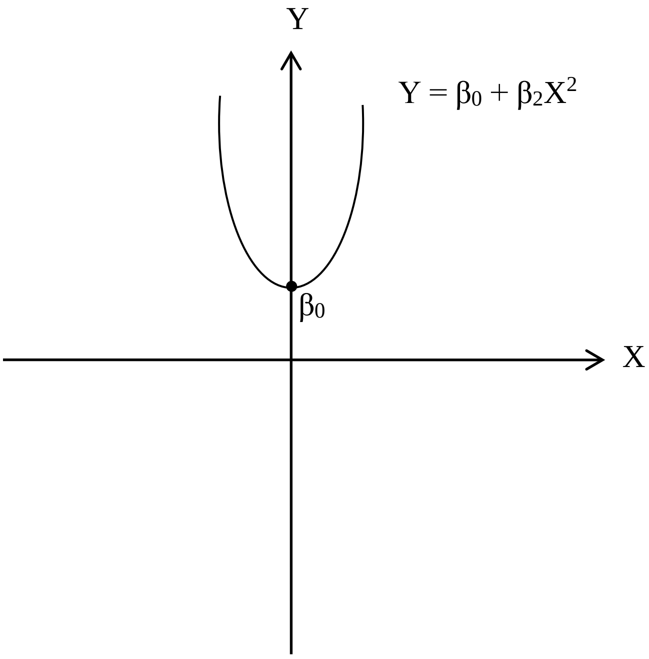
İkinci grup parabollerde, $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ fonksiyonu ele alındığında, β_1 parametresi sıfır değerini almaktadır. Bu durumda, parabol Y eksenini kesen bir tepe noktasına sahip olmaktadır.

a. $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ $\beta_1 = 0$ $\beta_0, \beta_2 > 0$ ise,

Fonksiyon,

$Y = \beta_0 + \beta_2 X^2$

halini alır. β_0, parabolün Y eksenini kestiği yeri işaret eder. Burada X^2 değişkeninin katsayısı olan $\beta_2 > 0$ olduğundan minimum noktası vardır.



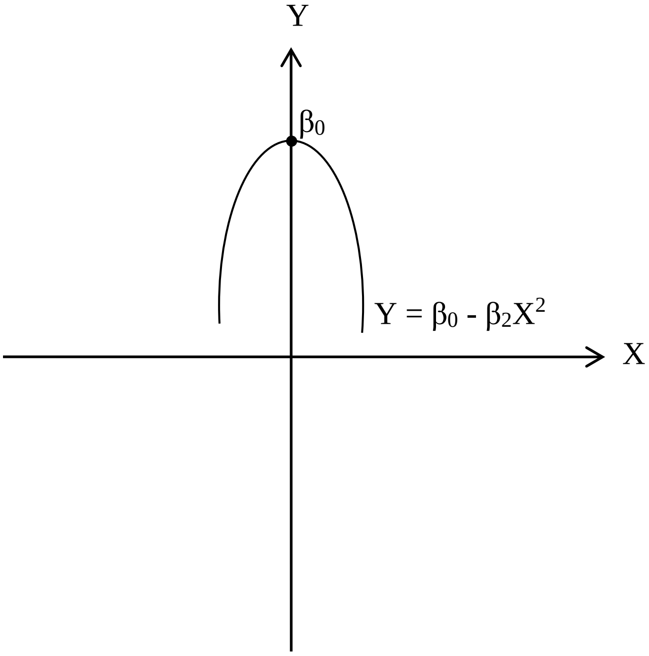
Şekil 9.4. $Y = \beta_0 + \beta_2 X^2$'nin Grafiği

b. $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ $\beta_1 = 0$ $\beta_0 > 0$ ve $\beta_2 < 0$ ise,

Fonksiyon,

$Y = \beta_0 - \beta_2 X^2$

halini alır. Burada $\beta_2 < 0$ olduğundan maksimum nokta vardır. Ayrıca $\beta_0 > 0$ olduğundan maksimum noktası Y ekseninin pozitif bölgesinde kalmaktadır.



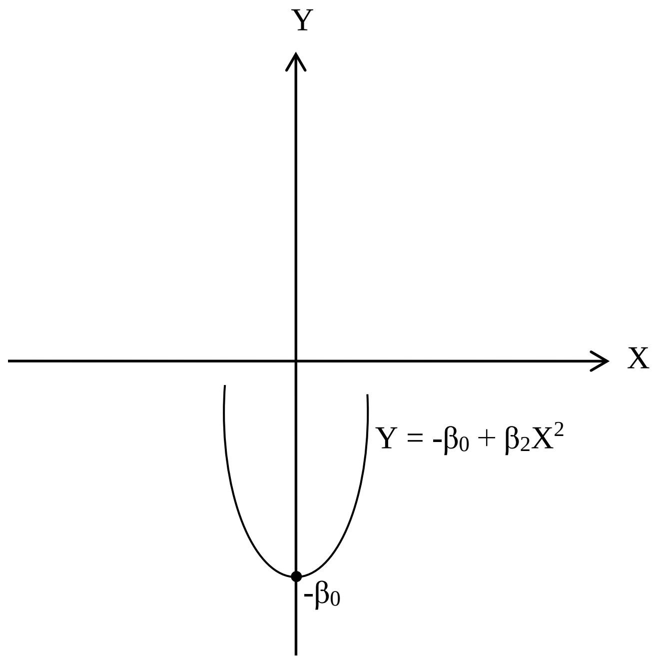
Şekil 9.5. $Y = \beta_0 - \beta_2 X^2$'nin Grafiği

c. $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ $\beta_1 = 0$ $\beta_0 < 0$ ve $\beta_2 > 0$ ise,

Fonksiyon,

$Y = -\beta_0 + \beta_2 X^2$

halini alır. Burada $\beta_2 > 0$ olduğundan minimum nokta vardır. Ayrıca $\beta_0 < 0$ olduğundan minimum noktası Y ekseninin negatif bölgesinde kalmaktadır.



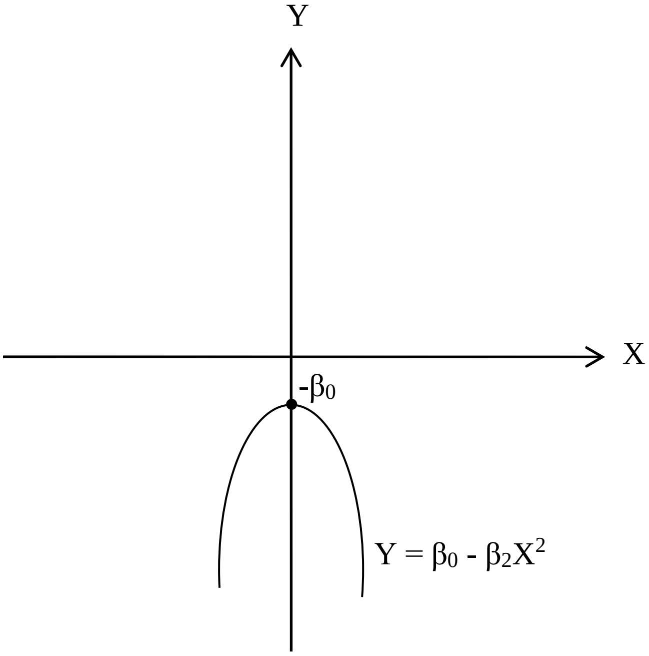
Şekil 9.6. $Y = -\beta_0 + \beta_2 X^2$'nin Grafiği

d. $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ $\beta_1 = 0$ $\beta_0 < 0$ ve $\beta_2 < 0$ ise,

Fonksiyon,

$Y = -\beta_0 - \beta_2 X^2$

halini alır. Burada $\beta_2 < 0$ olduğundan maksimum nokta vardır. Ayrıca $\beta_0 < 0$ olduğundan maksimum noktası Y ekseninin negatif bölgesinde kalmaktadır.



Şekil 9.7. $Y = \beta_0 - \beta_2 X^2$'nin Grafiği

9.2.3. Üçüncü Grup Paraboller

Üçüncü grup parabollerde, $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ fonksiyonu ele alındığında, β_0 parametresi sıfır değerini almaktadır. Bu durumda, parabolün kollarından birisi orijini kesmektedir.

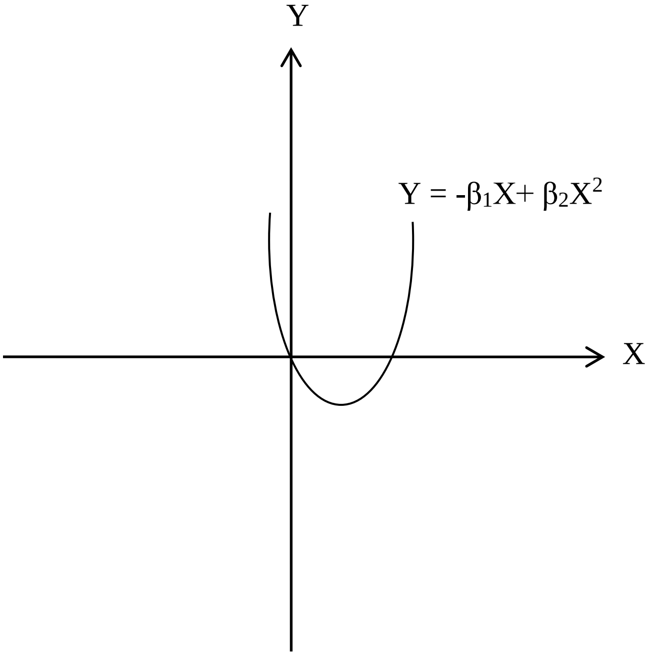
a. $\beta_2 > 0$'dır. İki durumu vardır.

a.1. $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ $\qquad \beta_1 < 0$ $\qquad$ ise,

Fonksiyon,

$Y = -\beta_1 + \beta_2 X^2$

halini alır. $\beta_2 > 0$ olduğundan parabolün minimum noktası vardır. $\beta_1 < 0$ olduğundan parabolün minimum noktası X ekseninin pozitif tarafında olmak üzere kollardan birisi orijinden geçmektedir.



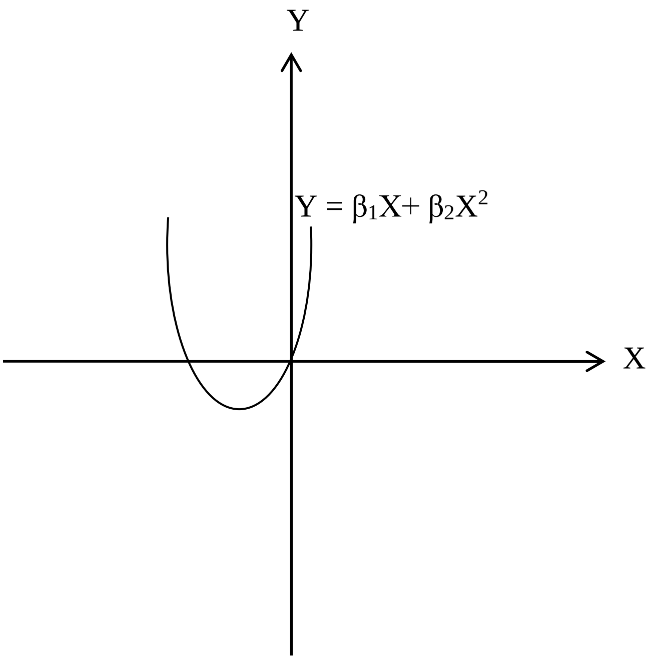
Şekil 9.8. $Y = \beta_1 X + \beta_2 X^2$'nin Grafiği

a.2. $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ $\beta_1 > 0$ ise,

Fonksiyon,

$Y = \beta_1 + \beta_2 X^2$

halini alır. $\beta_2 > 0$ olduğundan parabolün minimum noktası vardır. $\beta_1 > 0$ olduğundan parabolün minimum noktası X ekseninin negatif tarafında olmak üzere kollardan birisi orijinden geçmektedir.



Şekil 9.9. $Y = \beta_1 X + \beta_2 X^2$'nin Grafiği

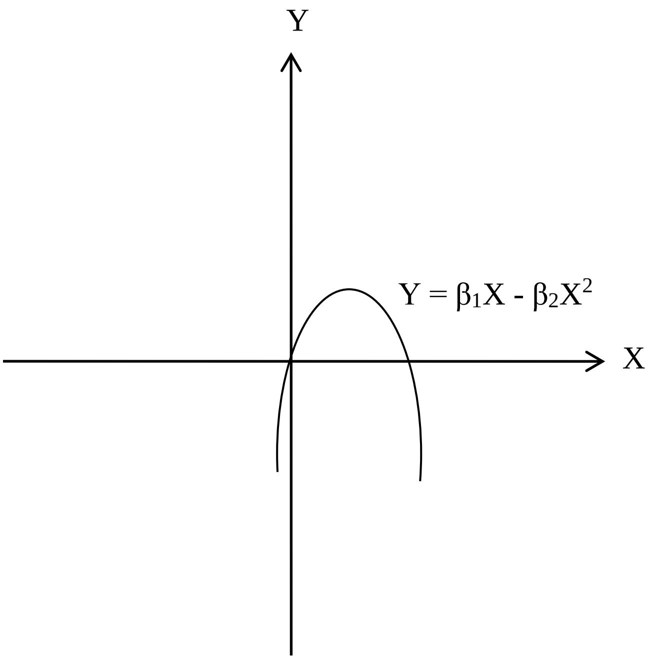
b. $\beta_2 < 0$'dır. İki durumu vardır.

b.1. $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ $\beta_1 > 0$ ise,

Fonksiyon,

$Y = \beta_1 - \beta_2 X^2$

halini alır. $\beta_2 < 0$ olduğundan parabolün maksimum noktası vardır. $\beta_1 > 0$ olduğundan parabolün maksimum noktası X ekseninin pozitif tarafında olmak üzere kollardan birisi orijinden geçmektedir.



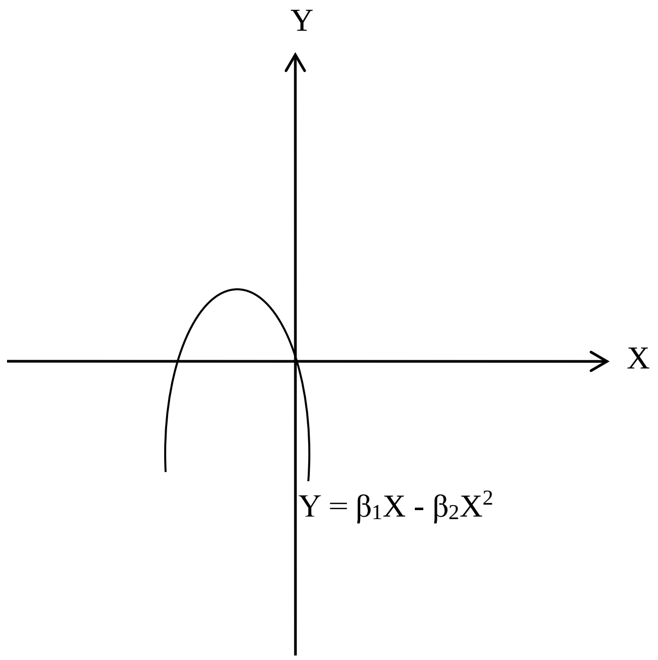
Şekil 9.10. $Y = \beta_1 X - \beta_2 X^2$'nin Grafiği

b.2. $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ $\beta_1 < 0$ ise,

Fonksiyon,

$Y = -\beta_1 - \beta_2 X^2$

halini alır. $\beta_2 < 0$ olduğundan parabolün maksimum noktası vardır. $\beta_1 < 0$ olduğundan parabolün maksimum noktası X ekseninin negatif tarafında olmak üzere kollardan birisi orijinden geçmektedir.



Şekil 9.11. $Y = \beta_1 X - \beta_2 X^2$'nin Grafiği

$Y > 0$ ve $X > 0$ ilavesi ile, böyle bir fonksiyon monopolist bir firmanın toplam hasılat fonksiyonu olarak kullanılabilir.

ÖZET

$\beta_0 < 0$ ise, parabol Y ekseninin negatif tarafını kesmektedir.

$\beta_0 > 0$ ise, parabol Y ekseninin pozitif tarafını kesmektedir.

$\beta_1 > 0$ ise, parabolün tepe noktası X ekseninin pozitif tarafında yer almaktadır.

$\beta_1 < 0$ ise, parabolün tepe noktası X ekseninin negatif tarafında yer almaktadır.

$\beta_2 > 0$ ise, parabolün minimum noktası vardır.

$\beta_2 < 0$ ise, parabolün maksimum noktası vardır.

SORULAR

1. İktisatta parabollerin kullanım amacı nedir?

$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$ parabolüne göre aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

2. $\beta_0 < 0$ ise, parabol Y ekseninin ………….. tarafını kesmektedir.

3. $\beta_1 > 0$ ise, parabolün tepe noktası X ekseninin …………. tarafında yer almaktadır.

4. $\beta_2 < 0$ ise, parabolün ………….. noktası vardır.

5. $Y = -\beta_2 X^2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

6. $Y = \beta_0 + \beta_2 X^2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

7. $-\beta_0 + \beta_2 X^2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

8. $Y = -\beta_1 + \beta_2 X^2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

9. $Y = -\beta_1 - \beta_2 X^2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

14. HAFTA
DERS NOTU

İÇİNDEKİLER

Örnekler

ÖZET

Bu derste doğrusal olmayan fonksiyon türlerinden olan parabollere çeşitli iktisadi örnekler verilmektedir.

Örnek: Aşağıdaki tüketim fonksiyonunu değerlendiriniz.

$C = 9,8 + 0,9053Y - 0,000095Y^2$

$$\frac{dC}{dY} = 0,9053 - 2(0,000095)Y = 0$$

Y = 4765 olduğundan bu fonksiyona göre, Y=4765 noktasında maksimum noktası vardır. Bu noktanın öncesinde gelir arttıkça tüketim artmakta ve bu artış gittikçe azalmaktadır, fakat bu noktadan sonra gelir arttıkça tüketim azalmaktadır. Tüketimin artması ve artış hızının yavaşlaması iktisadi olarak anlamlı, fakat tüketim arttıkça gelirin azalması mantıklı değildir. Bu nedenle Y=4765 sonrası bu fonksiyon için anlamlı değildir ve fonksiyonun değişim aralığı, Y=0 ile Y=4765 arasıdır.

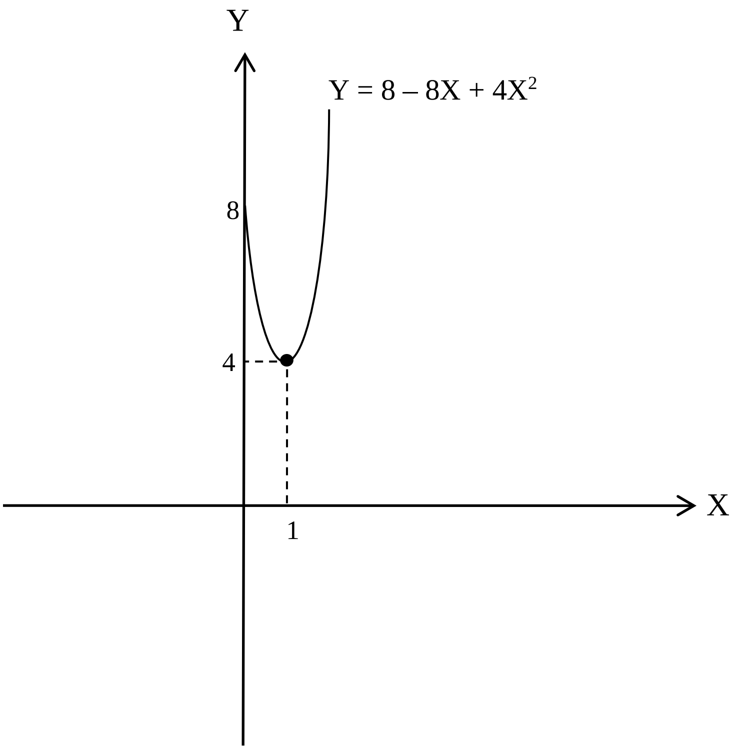
Örnek: Aşağıda bir firmanın marjinal maliyet fonksiyonu verilmektedir. Fonksiyonun grafiğini çiziniz.

$Y = 8 - 8X + 4X^2$

X = 0 iken Y = 8

$Y' = -8 + 8X = 0$ X = 1'dir. X = 1 için, Y = 4'dür.

Y eksenini (0, 8) noktasında kesen (1, 4)'de minimum noktası olan bir paraboldür.



Şekil 9.12. $Y = 8 - 8X + 4X^2$'nin Grafiği

Örnek: Aşağıdaki fonksiyonun grafiğini çiziniz.

$Y = -2X^2 + 8X$

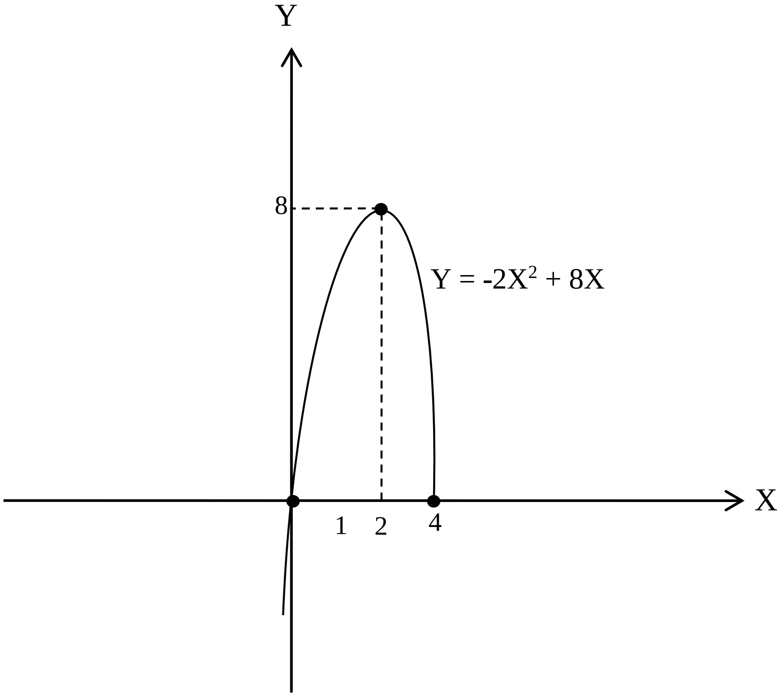
Sabit terim olmadığı için kollardan birisi orjinden geçer.

X = 0 iken Y = 0

Y = 0 iken $X_{1,2} = \dfrac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-8 \mp \sqrt{64-0}}{2(-2)}$ $\qquad X_1 = 0$ ve $X_2 = 4$

$Y' = -4X + 8 = 0$ $\qquad$ X = 2'dir. X = 2 için, Y = 8'dir.

X eksenini (0, 0) ve (4, 0) noktalarında kesen (2, 8)'de maksimum noktası olan bir paraboldür.



Şekil 9.13. $Y = -2X^2 + 8X$ 'nin Grafiği

Örnek: Keynes'in makro ekonomik modeli Hick tarafından şu şekilde ifade edilmiştir:

1. $M = kY$
2. $I_d = \alpha_0 + \alpha_1 i + \alpha_2 i^2$
3. $I_s = \beta_0 + \beta_1 i + \beta_2 i^2 + \lambda_1 Y + \lambda_2 Y^2$
4. $I_d = I_s$

Burada,

M: para hacmi,

Y: gelir,

I_d: yatırım malları talebi

I_s: yatırım malları arzı

i: faiz haddi

M (para hacmi) otonomdur, hükümet tarafından tayin edildiğinden değeri önceden bilinmektedir. Diğerleri bilinmemekte, tahmin edilmektedir.

Örnek: Bir firmanın kar fonksiyonunu elde edebilmek için öncelikle toplam gelir ve toplam maliyet denklemleri elde edilmelidir.

Bir firmanın "toplam gelir denklemi":

$P = f(D) \qquad P = \alpha - \beta D$

$TG = PD$

$TG = (\alpha - \beta D)\, D$

$TG = \alpha D - \beta D^2$

Ya da,

$D = f(P) \qquad D = \alpha - \beta P$

$TG = PD$

$TG = P\,(\alpha - \beta P)$

$TG = \alpha P - \beta P^2$

Burada,

TG: toplam gelir

P: fiyat

D: talep

Firmanın "toplam maliyet fonksiyonu" ise,

$TM = SM + DM$

$DM = \lambda Q$

$TM = SM + \lambda Q$

Burada,

TM: toplam maliyet

SM: sabit maliyet (üretimden bağımsız maliyet)

DM: değişir maliyet (üretime bağlı maliyet)

Serbest piyasada denge durumunda üretim miktarı ile satış miktarı (veya talep miktarı) birbirine eşittir. Bu nedenle Q, toplam gelir denkleminde satış miktarını; toplam maliyet denkleminde ise üretim miktarını göstermektedir (birbirine eşit olduğundan Q=S=D olarak göstermek yanlış olmayacaktır). λ parametresi, ΔTM/ΔQ oranı olup üretim 1 birim arttığında TM'nin ne kadar artacağını göstermektedir, birim maliyettir. Dolayısıyla üretim miktarına bağlı olarak değişen maliyet ile belirlenmektedir.

Kar fonksiyonu ise,

$\Pi = TG - TM$

$\Pi = (\alpha D - \beta D^2) - (SM + \lambda D)$

$\Pi = -\beta D^2 + (\alpha - \lambda)D - SM$

Bu fonksiyonun sıfıra eşitlenmesi ile kökler (D'nin değerleri) bulunabilmektedir.

Örnek: Bir ürünün arz fonksiyonu Q = 85 + 5P ve birim maliyet C=1,6 TL olsun. Karın Π = 252 olması için fiyat ne olmalıdır?

$\Pi = TG - TM$

$\Pi = PQ - CQ$

$\Pi = Q\,(P - C)$

$\Pi = (85 + 5P)\,(P - 1{,}6)$

$252 = 85P + 5P^2 - 8P - 136$

$5P^2 + 77P - 388 = 0$

$$P_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-77 \mp \sqrt{77^2 - \left(4 * 5 * (\text{-}388)\right)}}{2(5)}$$

$P_1 = -19,4$ negatif fiyat olamaz.

$P_2 = 4$

Sağlama:

TG = PQ = 4*105 = 420

TM = CQ = 1,6*105 = 168

Π = TG – TM

Π = 420 – 168 = 252

Örnek: Birim maliyeti C = 3 olan bir malın talebi ile fiyatı arasındaki ilişki Q = 100 – 2P olsun. Kar hangi fiyatta maksimum olmaktadır?

Π = TG – TM

Π = PQ – CQ

Π = Q (P – C)

Π = (100 – 2P) (P – 3) = 0

$\Pi = -2P^2 + 106P - 300 = 0$

2. türev Π''=-2 olduğundan maksimum değer vardır. Kar maksimize edilmektedir, sorulan maksimum noktası yani parabolün tepe noktasıdır.

Parabolün tepe noktasının apsisi:

$$P = -\frac{b}{2a} = -\frac{106}{-4} = 26,5$$

Parabolün tepe noktasının ordinatı ise:

$\Pi = -2(26,5)^2 + 106(26,5) - 300$

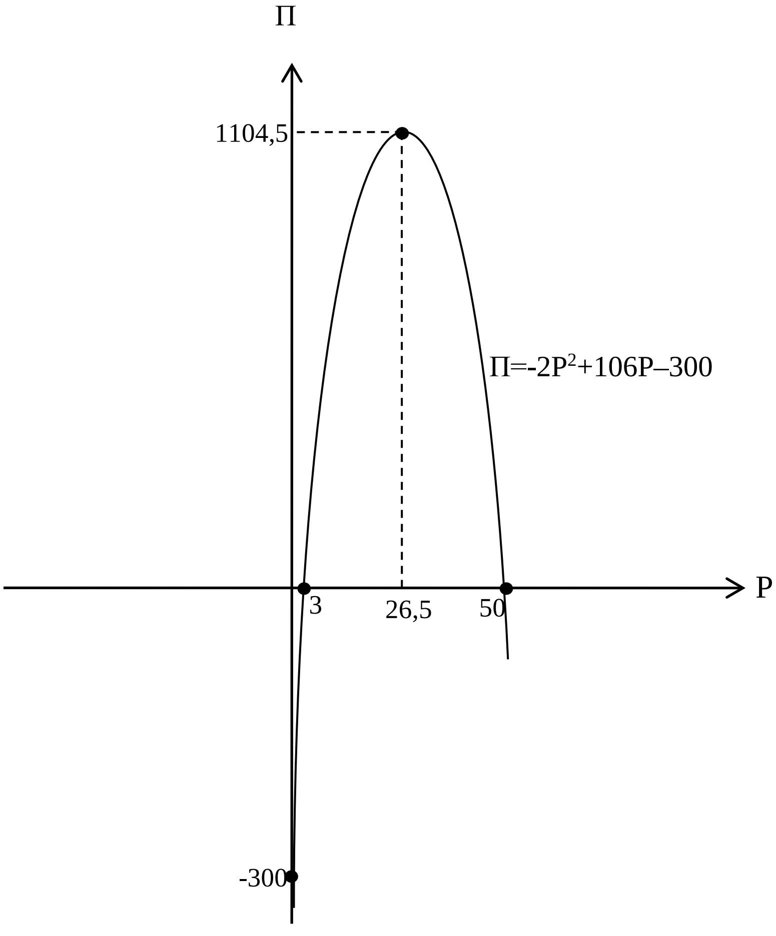
Π = 1104,5

(26,5; 1104,5) maksimum noktasının koordinatlarıdır.

X ekseninin kesim noktaları ise;

$$P_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-106 \mp \sqrt{106^2 - \left(4 * (-2) * (-300)\right)}}{2(-2)}$$

$P_1 = 3$ ve $P_2 = 50$



Şekil 9.14. Π=-2P²+106P–300'nin Grafiği

Örnek: Aşağıda piyasa dengesini gösteren sistemde piyasa denge fiyatı ve miktarını bulunuz.

$q_d = -p^2 + 2p + 10$

$q_s = 4p^2 - 8p + 8$

$q_d = q_s$

Arz – talep dengesi:

$q_d = q_s$

$-p^2 + 2p + 10 = 4p^2 - 8p + 8$

$5p^2 - 10p - 2 = 0$

$$p_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{10 \mp \sqrt{100 - 40}}{10}$$

$p_1 = -0{,}183$ negatif fiyat olamaz, tarif aralığı dışında kabul edilemez.

$p_2 = 2{,}183$ için $q = 9{,}608$ noktasında denge sağlanmaktadır.

Ayrıca,

$p = 0$ iken $q_d = 10$

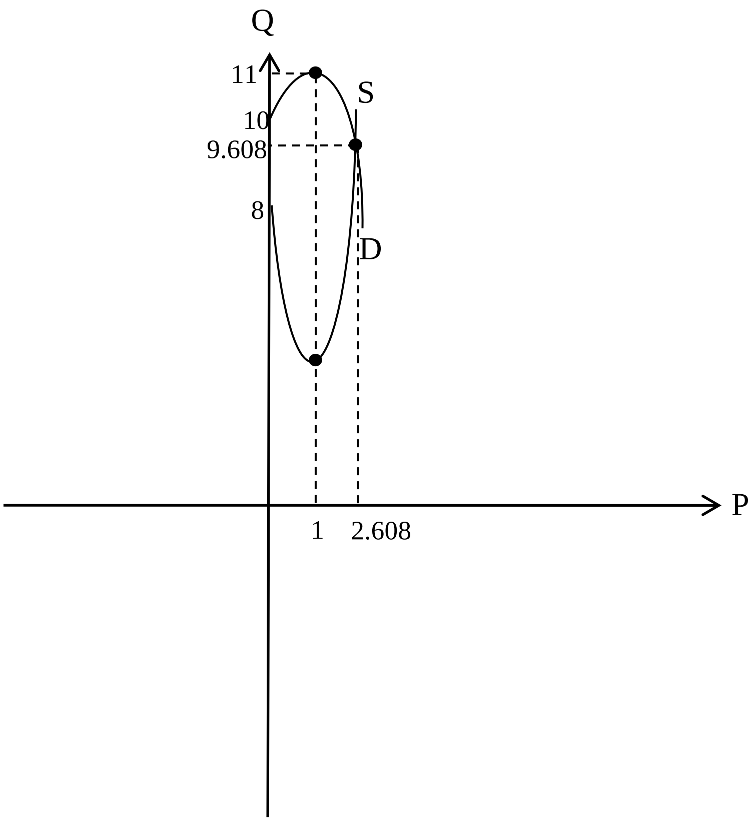
$p = 0$ iken $q_s = 8$

Arz fonksiyonunda $\beta_2 > 0$'dır, parabolün minimum noktası vardır:

$q_s' = 8p - 8 = 0$ $p = 1$'de minimum $p = 1$ iken $q_s = 4$

Talep fonksiyonunda $\beta_2 < 0$'dır, parabolün maksimum noktası vardır:

$q_d' = -2p + 2 = 0$ $p = 1$'de maksimum $p = 1$ iken $q_d = 11$



Şekil 9.15. Piyasa Dengesinin Grafiği

Örnek: Aşağıda piyasa dengesini gösteren sistemde piyasa denge fiyatı ve miktarını bulunuz.

D = 100 -20p + p^2

S = 5 + p

D= S

Arz – talep dengesi:

D= S

100 -20p + p^2 = 5 + p

p^2 - 21p + 95 = 0

$$p_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{21 \mp \sqrt{441 - 380}}{2}$$

$p_1 = 14{,}405$ için $q_1 = 19{,}405$ noktasında denge sağlanmaktadır

$p_2 = 6{,}595$ için $q_2 = 11{,}595$ noktasında denge sağlanmaktadır.

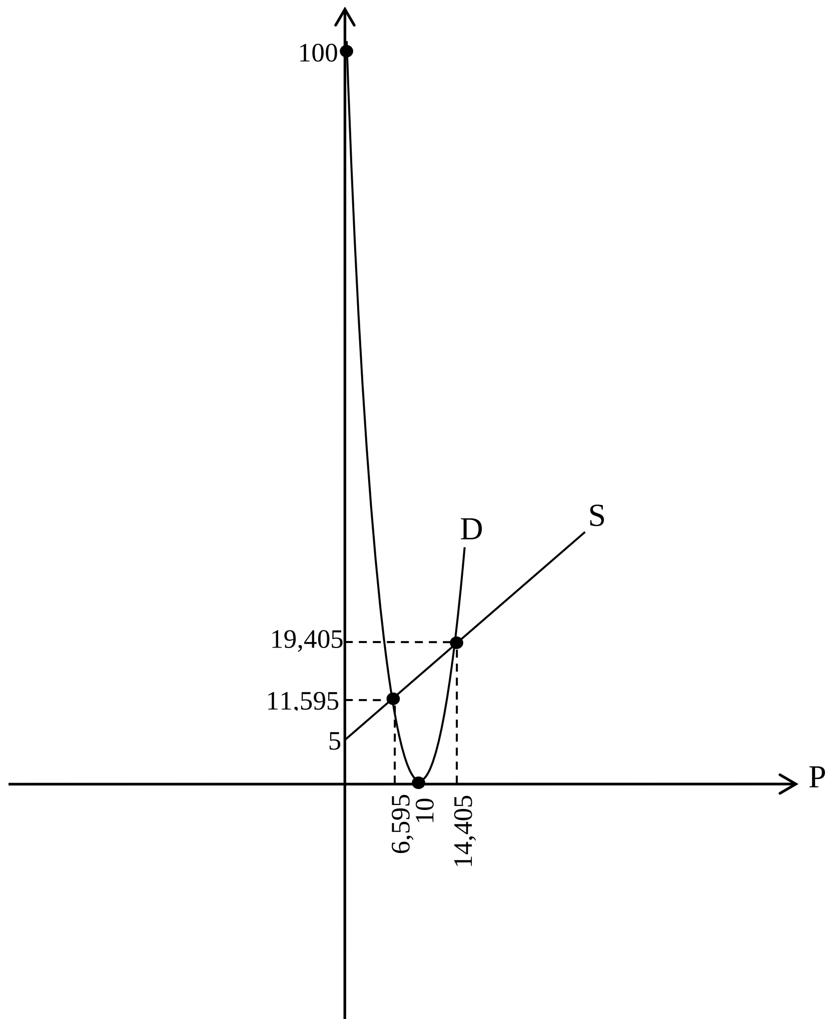
Ayrıca,

p = 0 iken D = 100

p = 0 iken S = 5

Talep fonksiyonunda $\beta_2 > 0$'dır, parabolün minimum noktası vardır:

$D' = -20 + 2p = 0$ p = 10'de minimum p = 10 iken D = 0



Şekil 9.16. Piyasa Dengesinin Grafiği

SORULAR

1. Aşağıdaki talep fonksiyonunu değerlendiriniz.

   $D = 10 + 8X - 2X^2$

2. $\Pi = -P^2 + 53P - 150$ şeklinde tanımlanan kar fonksiyonun tepe noktasını bulup, fonksiyonun grafiğini çiziniz. İktisadi açıdan yorumlayınız.

Aşağıda piyasa dengesini gösteren sisteme göre 2-5. soruları cevaplandırınız.

$D = 20 + 4p - 2p^2$

$S = 16 - 16p + 8p^2$

$D = S$

3. Piyasa denge fiyatını ve miktarını bulunuz.
4. Talep denkleminin eksenleri kestiği noktaları ve tepe noktasını bulunuz.
5. Arz denkleminin eksenleri kestiği noktaları ve tepe noktasını bulunuz.
6. Talep arz denklemlerinin grafiklerini denge noktasını da gösterecek şekilde çiziniz ve iktisadi açıdan yorumlayınız.

Aşağıda piyasa dengesini gösteren sisteme göre 6-9. soruları cevaplandırınız.

$Q_D = 150 - 30p + 3p^2$

$Q_S = 15 + 3p$

$Q_D = Q_S$

7. Piyasa denge fiyatını ve miktarını bulunuz.
8. Talep denkleminin eksenleri kestiği noktaları ve tepe noktasını bulunuz.
9. Arz denkleminin eksenleri kestiği noktaları ve tepe noktasını bulunuz.
10. Talep arz denklemlerinin grafiklerini denge noktasını da gösterecek şekilde çiziniz ve iktisadi açıdan yorumlayınız.